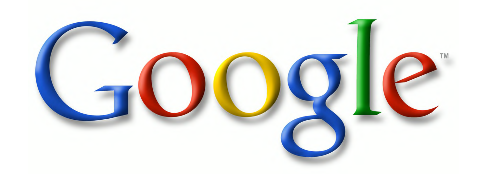


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

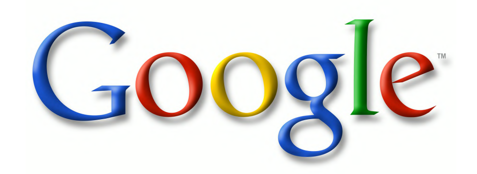
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

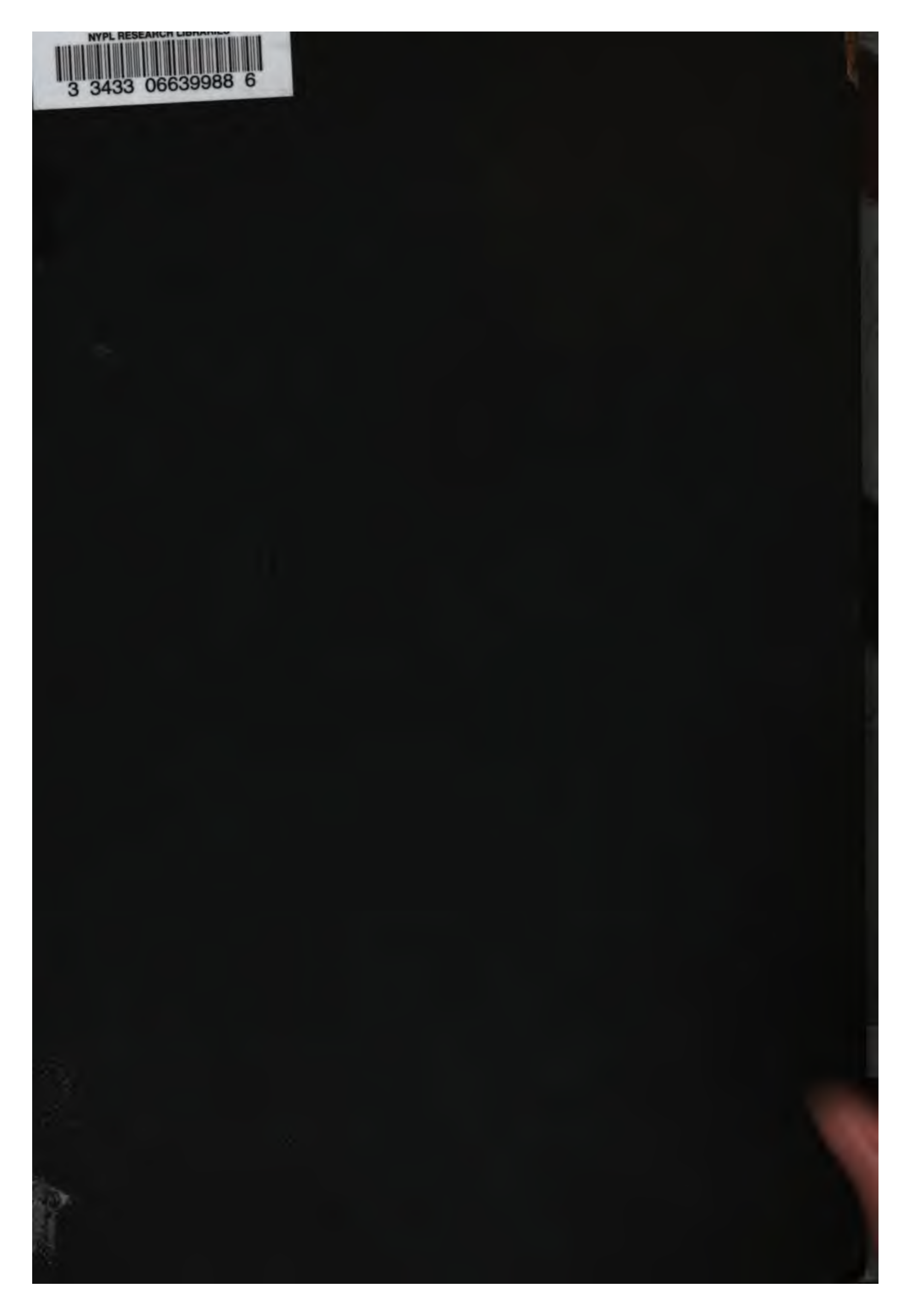
Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06639988 6

DAS GESETZ

DER

TRANSLATION DES WASSERS

IN REGELMÄSSIGEN

KANÄLEN, FLÜSSEN UND RÖHREN

VON

T. CHRISTEN

OBERFÖRSTER

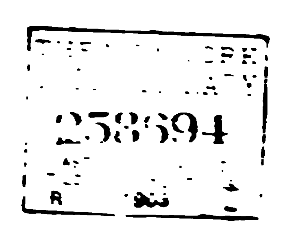
MIT EINER LITHOGRAPHIERTEN TAFEL

LEIPZIG

VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1903





Alle Rechte vorbehalten.

Druck der Kgl. Universitätsdruckerei von H. Stürtz in Würzburg

Vorwort.

Vorliegende Schrift entspringt nicht dem Bedürfnisse nach einer neuen Interpolationsformel, besitzen wir doch solcher eine fast übergrosse Menge, worunter für zahlreiche Fälle der technischen Praxis vollkommen ausreichende. Ihr Titel besagt vielmehr, dass der Verfasser derselben überzeugt ist, das schon so lange gesuchte Naturgesetz, die mathematische Funktion für die sogenannte „rollende" Bewegung des Wassers gefunden zu haben. Es ist ihm dies auf empirischem Wege durch Untersuchung der Bazin'schen Kanalversuche in anderer als bisher verfolgter Richtung gelungen, und es zeigte sich alsbald das an den Kanälen gefundene Gesetz auch an allen übrigen regelmässigen Gerinnen bestätigt. Einige noch bestehende Lücken in den von der Literatur gebotenen Versuchen, wie z. B. an offenen Kanälen von grosser Wassertiefe bei geringer Breite und an rechtwinkligen Röhren, wurden durch neue Experimente auszufüllen gesucht, und ich habe mich bestrebt, die ganze bisherige und neugewonnene Kenntnis über diese Materie darzustellen, in der Hoffnung, da und dort das Interesse an derselben beleben zu können.

Manches ist hier nur in Skizze ausgeführt, was eine sorgfältigere Ausarbeitung verdient hätte; stellenweise dürfte auch die Form des Gebotenen zu wünschen übrig lassen, und ich muss bitten, bestehende Unvollkommenheiten in der Darstellung, welche teilweise der mangelnden Musse zuzuschreiben sind, mit Milde zu beurteilen. Mögen Berufenere als der Unterzeichnete die noch bestehenden Lücken in der Erkenntnis dieser dynamischen Gesetze bestmöglichst ausfüllen, möge namentlich auch die streng methodische Hydrodynamik sich des vorliegenden Materials bemächtigen!

Für den Praktiker habe ich eine neue und sichere Grundlage seiner Berechnungen geschaffen.

Da die meisten Berechnungen mittelst eines 35 cm langen Tavernier-Rechenschiebers geschahen, so kann für die 4. Dezimale der Rechnungsergebnisse nicht unbedingt garantiert werden, sondern es können hier Differenzen um 1—2 ausnahmsweise auch um 3 Einheiten eintreten.

Ap. 25/03 #1 15 Stedunt ...

Um den Text durch den Literaturnachweis nicht zu sehr zu verunstalten, wurde auf eine Reproduzierung der angeführten Werke auf den betreffenden Seiten verzichtet, und es beziehen sich die bei den bezüglichen Stellen angebrachten Indices auf das im Anhange beigegebene Literatur-Verzeichnis.

Zum Schluss sei noch besonders auf die ebenfalls im Anhange beigegebene Wurzeltabelle aufmerksam gemacht, mittelst welcher sich die Berechnungen nach meinen Formeln sehr rasch und sicher vollziehen.

Zweisimmen, im Juni 1902.

T. Christen,
Erfinder des „Baum-Höhenmessers“.

Inhalts-Verzeichnis.

Berichtigungen.

Seite [illegible], Zeile [illegible] von unten schalte nach Y ein: Oder [illegible].
„ 4. „ [illegible]—[illegible] von oben lese H statt Y.
„ [illegible]. „ [illegible] von unten lese [illegible] statt [illegible].
„ [illegible]. „ [illegible] von oben lese Ganges statt Gange.
„ [illegible]. „ [illegible] von unten lese [illegible] statt [illegible].
„ [illegible]. „ [illegible] von oben lese H statt [illegible].
„ [illegible]. „ [illegible] von unten lese [illegible] statt dieselbe.
„ [illegible]. „ [illegible] von oben lese $\frac{k-k_1}{k_1} = \frac{k}{k_1} - 1$ statt $\frac{k-k}{k} = 1 - \frac{k}{k}$.
„ [illegible]. „ 4 von oben lese b statt c.
„ [illegible]. „ [illegible] von oben lese [illegible] $\frac{t}{b}$ statt 2 $\frac{[illegible]}{b}$
„ 42. „ [illegible] von unten lese mm statt m.
„ 4[illegible]. „ [illegible] von oben lese Druck- und Profilverhältnisse statt Druck, und Profilverhältnisse.
„ [illegible]. „ [illegible] von oben lese 3.74 statt 4.61.
„ [illegible]. „ 9 von oben lese 3.7[illegible] statt 4.54.
„ [illegible]. „ 15 von oben lese [illegible] statt [illegible].
„ [illegible]. Überschrift lese [illegible] I statt [illegible].
„ [illegible]. Zeile 14 von unten lese [illegible] statt [illegible],
„ [illegible]. „ 12 von unten lese m_2 statt m.
„ 85. „ 4 von unten setze [illegible] statt [illegible].
„ 11[illegible]. „ 4 von unten lese n statt u.
„ 127. „ 5, 7 und 9 von unten lese [illegible] statt [illegible].
„ 142. „ [illegible] von unten lese $\frac{k^2}{g}$ statt 2 k^2.
„ 160. „ 7 von unten lese [illegible] statt [illegible].

Einer neuen Wahrheit ist nichts schädlicher,
als ein alter Irrtum. Goethe.

I. Abschnitt.

Einleitung und Geschichtliches.

§ 1. Die Erforschung der Bewegungsgesetze des Wassers wird von zwei streng geschiedenen Disziplinen behandelt: der Hydrodynamik und der Hydraulik. Erstere betrachtet den Gegenstand vom rein mathematischen, letztere mehr vom technischen Standpunkt. Erstere ist eine rein deduktive, letztere mehr eine induktive Wissenschaft.

Bekanntlich bewegt sich zwischen Wänden eingeschlossenes Wasser auf zwei Arten:

1. In stetiger Bewegung, direct motion, steady motion, wie z. B. in Kapillarröhren.
2. Mittelst der sogenannten unstetigen, diskontinuierlichen „rollenden" oder „wirbelnden Bewegung, sinuous motion, unsteady motion.

Die erstere ist hauptsächlich dadurch charakterisiert, dass bei ihr der Widerstand im geraden Verhältnisse zur Geschwindigkeit wächst und dass die Translation, d. h. die Fortbewegung der Teilchen, parallel den Wandungen geschieht, während bei der „rollenden" Bewegung der Widerstand mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zunimmt und sich neben der fortschreitenden noch eine wirbelnde Bewegung nach den Seiten hin geltend macht, so dass hier die Teilchen gekrümmte Bahnen verfolgen. Das Gesetz der ersteren Bewegungsart, die wir kurzweg die geradläufige nennen wollen, wurde empirisch durch Poiseuille, theoretisch durch die Hydrodynamik festgestellt, während die krummläufige oder „rollende" Bewegung der methodisch-mathematischen Behandlung sich bis jetzt ziemlich unzugänglich erwies und Gegenstand der sog. Hydraulik, einer auf Empirie beruhenden Wissenschaft, wurde. Letztere hat sehr brauchbare Interpolationsformeln für die mittlere Geschwindigkeit zu Tage gefördert, ebenso Näherungsformeln für die Verteilung der Geschwindigkeit im Querprofil von Kanälen und kreisrunden Röhren, während das eigentliche Gesetz dieser Bewegung und die mathematische Form

der Geschwindigkeitkurve trotz vielseitigster Bemühungen noch nicht gefunden werden konnte.

§ 2. Bevor wir auf die Materie selbst eintreten, wird es gut sein, einen kurzen, geschichtlichen Überblick über die Entwickelung derselben zu werfen. Zur Vereinheitlichung und besserem Verständnis der späteren Darstellungen lassen wir zunächst eine Übersicht über die in dieser Schrift angewendeten Bezeichnungen folgen.

Alle Formeln und Grössen sind im Metermass ausgedrückt. Es bedeuten ferner die Buchstaben

v oder v_m die mittlere Geschwindigkeit des Wasserkörpers. Es wurde diese Bezeichnungsweise, statt dem von Bazin eingeführten u verwendet, weil man doch gewöhnlich unter v die mittlere Geschwindigkeit versteht.

u die Geschwindigkeit eines beliebigen Punktes, hier häufig der Kürze halber mit „Einzelgeschwindigkeit" bezeichnet.

c die maximale Geschwindigkeit.

v_0 die maximale Oberflächengeschwindigkeit.

w die sogenannte Wandgeschwindigkeit.

t die Tiefe eines Punktes unter dem Wasserspiegel.

T die mittlere Tiefe eines Flusses $= \frac{F}{2\,B}$.

H die Tiefe der Sohle unter dem Wasserspiegel, bei Röhren auch die Druckhöhe oder die Widerstandshöhe.

h die Höhe eines Punktes über der Sohle, in kreisrunden Röhren der senkrechte Abstand von der Wandung.

b der Abstand eines Punktes von der Wandung, in horizontaler Richtung.

B die halbe Breite des Gerinnes.

R der hydraulische, bei Röhren der wirkliche Radius.

D der Durchmesser einer Röhre.

r der Abstand eines Punktes von der Achse einer Röhre.

I das Gefälle als sinus.

F der Flächeninhalt des Querprofils.

p der benetzte Umfang des Querprofils.

L die Länge des Gerinnes.

g die Beschleunigung der Schwerkraft.

Q das sekundliche Durchflussquantum.

Θ die Zeit, in Sekunden ausgedrückt.

k und k_1 der Geschwindigkeitskoeffizient in der Grundformel, ersterer für offene Kanäle, letzterer für rechteckige Röhren.

m, m_r der Geschwindigkeitskoeffizient in der abgeleiteten Formel für beliebigen und für kreisförmigen Querschnitt.

§ 3. Schon ganz frühe haben sich bedeutende Geister mit vorliegender Frage beschäftigt, so im 15. Jahrhundert Galilei und dessen Schüler Castelli, dann auch Leonardo da Vinci, Torricelli u. a. Am Ende des 17. Jahrhunderts erschien ein Werk von Guglielmini, „Della natura dei fiumi“, welcher das Gesetz von Torricelli für den Ausfluss des Wassers aus dünner Wand, $v = \mu \sqrt{2gh}$, auch auf die Flüsse anwenden wollte und damit aussprach, dass die grösste Geschwindigkeit der Wasserteilchen sich an der Sohle befinde. Diesen Irrtum zu widerlegen', unternahm Pitot in seiner in den Jahren 1730 und 1738 der Akademie der Wissenschaften zu Paris vorgelegten Abhandlung über Hydraulik, nachdem er mit seinem selbst erfundenen, einfachen, noch heute vielfach verwendeten Apparate, der sog. Pitot'schen Röhre, eine Reihe von Messungen ausgeführt hatte. Er fand, dass die grösste Geschwindigkeit in einem Kanale sich dicht unter der Wasseroberfläche vorfinde.

Der erste, welcher versuchte ein Gesetz aufzufinden, welches die Beziehungen zwischen der Geschwindigkeit, dem Gefälle und dem Profile eines Flusses darstellt, war Brahms (1), welcher zuerst darauf hinwies, dass die Geschwindigkeit in den Flüssen eine konstante Grösse annehme und dass die Reibung des Wassers an dem benetzten Umfange diejenige Kraft sei, welche der Beschleunigung entgegenwirke; auch nimmt er an, dass diese dem Flächeninhalte des Querprofils, dividiert durch den benetzten Umfang $\left(=\frac{F}{p}\right)$ proportional sei. Brahms und de Chézy stellten im Jahre 1775 zuerst die bekannte Formel auf $v = c \cdot \sqrt{\frac{F}{p} \cdot \frac{h}{l}} = c \cdot \sqrt{RI}$, nachdem sie gefunden zu haben glaubten, dass das Verhältnis $\frac{p\,v^2}{F\,I}$ für alle Gerinne derselben Flüssigkeit konstant sei. Nachdem vorher Couplet (1732) und Bossut (1777) bereits eine hübsche Zahl Messungen an Metallröhren ausgeführt, war Dubuat (2) der erste, welcher es unternahm, Messungen in grösserem Umfange anzustellen und zwar an einem hölzernen, 132′ langen Kanal mit rechteckigem und trapezförmigem Querschnitt von verschiedenen Neigungen und mit einer Breite von ca. $^1/_4$ bis $^1/_2$ Meter, sowie an dem Flusse Hayne und an Röhren aus Weissblech und Glas. In seinem Werke „Principes hydrauliques“ (2), worin er seine vielseitigen Versuche niederlegte, unterschied er bereits zwischen der „Reibung“ an den Kanalwänden und der „viscosité“, der Kohäsion der Wasserteilchen. Seine ursprüngliche Formel $v = \sqrt{mg}\sqrt{RI}$ wurde dann durch Modifikationen komplizierter. Er fand, dass in Kanälen die bewegende Kraft gleich sei dem Widerstand und dass die Geschwindigkeit von der Oberfläche bis zur Sohle abnehme. Dagegen stellte er einen Einfluss der Rauheit der Wandungen auf die Geschwindigkeit des Wassers in Abrede.

Weitere wertvolle Messungen an Flüssen unternahmen Brünings (18, 1789—1790) und Woltmann (3).

Einen wesentlichen Fortschritt in der Erkenntnis der Gesetze des Widerstands des Wassers bedeuten die Versuche von Coulomb (4). Er untersuchte diese Reibungswiderstände an einer im Wasser pendelnden Scheibe und fand diese Kräfte von zwei Ausdrücken abhängig, von denen der eine proportional der Geschwindigkeit, der andere dagegen proportional deren Quadrat zunehme. Die Versuche Coulomb's wurden bald zur Aufsuchung eines genaueren Ausdruckes für die mittlere Geschwindigkeit des Wassers verwertet. Girard (6), nachdem er in kupfernen Kapillarröhren von 1,8—4,2 mm Weite Ausflussversuche angestellt hatte, nahm an, die Koeffizienten beider Ausdrücke für den Widerstand seien identisch und setzte $v = a(v + v^2)$ wo $a = 0{,}0012181$, in der Anschauung, die Adhäsion an der Wand und die Anziehung der Moleküle unter sich seien ein und dieselbe Kraft. De Prony (5) dagegen, gestützt auf die Messungen von Dubuat und de Chézy, setzte den Widerstand $g. \frac{F h.}{p.l} = C + Av + Bv^2 + Dv^3 + \ldots$ und fand dadurch die Formeln:

$RI = av + bv^2$ für Kanäle. und $a = 0{,}0000444$; $b = 0{,}000309$

$DI = av + bv^2$ für Röhren und $a = 0{,}00007$; $b = 0{,}001393$.

Er ermittelte auch die Koeffizienten dieser für Röhren und Kanäle einheitlich gedachten Formel. Wie Dubuat, glaubte auch er nicht an einen Einfluss der Rauhigkeit des Flussbettes auf die Geschwindigkeit.

Das Verhältnis $\frac{v}{c}$ setzt Prony gleich: $\frac{v + 2{,}37}{v + 3{,}15}$

Grebenaus (26) grosses Werk „Theorie der Bewegung des Wassers" beschreibt eine grössere Zahl von Fluss-Messungen aus dem Anfang bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts. Es sind dies namentlich folgende:

a) Krayenhoff (10), Messungen mit Schwimmstäben, an einigen Flüssen Hollands ausgeführt. Nach den neueren Kontrollmessungen vom Jahre 1873/74, bearbeitet von Horn (42), geben solche Messungen durchwegs wesentlich zu hohe Resultate für die Geschwindigkeit.

b) Destrem (11), Messungen an der Newa und Newka mit Oberflächenschwimmern.

c) Buffon, Beobachtungen am Tiber, mit einer Art Stabschwimmer.

d) Brünings (18), Versuche am Rhein, oberhalb der Ysselmündung bei Arnheim 1789, sowie später vom Ober- und Niederrhein und am Waal, mittelst einer eigenartig konstruierten, etwas sprungweise funktionierenden Stossplatte.

e) Grebenaus (26) eigene Versuche am Queichbache, Germersheimer Durchstich, Hockenbach, Speyerbach und Hübengraben.

f) Elbe bei Magdeburg, mit dem Woltmannschen Flügel.

g) Salzach, Saalach, Lech und Isar, aus den Jahren 1856—1859.

h) Weser, durch Schwarz.

i) Mississippi. Dieser Strom ist nach dem Originalwerke der Verfasser Kapitän, A. A. Humphreys und Leutnant L. H. Abbot (25) sehr ausführlich behandelt und verdienen diese Versuche noch heute Beachtung, da sie mit einem sehr weitgehenden Aufwand von Arbeit und Sorgfalt sich mit einem Gewässer befassten, das als der Typ eines Stromes angesehen werden muss. Leider haftet diesen Versuchen der Mangel an, dass die Geschwindigkeiten unter der Oberfläche mit Doppelschwimmern gemessen wurden. Bazin wies später nach, dass durch den Schwimmer am Wasserspiegel und durch den beide Schwimmer verbindenden Faden der untere derselben bedeutend beeinflusst wird, wodurch die Geschwindigkeit in den grösseren Tiefen und damit auch die mittlere Geschwindigkeit zu gross ausfalle, die Parabelform der Geschwindigkeitskurve fast ausgelöscht werde. Daher kommt es wohl auch, dass die Verfasser das Verhältniss $\frac{v}{c}$, der mittleren zur maximalen Geschwindigkeit zu 0,93 angeben, während die in neuerer Zeit mit Flügelapparaten gemessenen grösseren Gewässer nur ein Verhältnis von etwa 0,75 bis 0,91 aufweisen.

Die Herren Humphreys und Abbot stellten eine selbständige Theorie der Bewegung des Wassers auf und stützten darauf ihre Formel für die mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \left[\sqrt{0{,}0025\, b + \sqrt{68{,}72\, r \sqrt{I}}} - 0{,}05 \sqrt{b}\right]^2 \text{ im Metermass,}$$

wo $b = \frac{0{,}933}{\sqrt{R + 0{,}457}}$, $r = \frac{F}{P + W}$, und W die Wasserspiegelbreite.

Sie nehmen nämlich an, die Reibung am Wasserspiegel sei, per Flächeneinheit, dieselbe, wie die an der Sohle. Grebenau vereinfachte diese Formel zu: $v = \beta . 8{,}28972 \sqrt{\frac{F}{p + W}} \sqrt[4]{I}$ wo β ein vom Querschnitt des Gerinnes abhängiger, von 0,8543 bis zu 0,9459 schwankender Korrektions-Koeffizient ist.

Das Maximum der Geschwindigkeit fanden die Amerikaner oft bedeutend unter dem Wasserspiegel.

Aus den Versuchen von Dubuat, Brünings, Funk und Woltmann leitete Eytelwein (12, 13), für die de Pronysche Formel $v = av + bv^2$, neue Werte der Koeffizienten a und b ab, nachdem er für Flüsse den Widerstandskoeffizienten der de Chézysche Formel $v = c\sqrt{RI}$ mit $c = 50{,}93$ neu bestimmt hatte.

D'Aubuisson (9) setzte $\frac{pl}{F} a (v + b' v^2) = h - \frac{v^2}{2g}$. Er und Castel stellten überdies Versuche mit gusseisernen Röhren an. Dass man an offenen Gerinnen die maximale Geschwindigkeit nicht stets an der Oberfläche finde, erklärte d'Aubuisson durch die an derselben vorausgesetzte Luftreibung.

Gerstner (8), Vater und Sohn, unternahmen Versuche mit Glasröhren und fanden hier eine bedeutende Abnahme der Geschwindigkeit mit dem Fallen der Temperatur.

Dupuit (17) kommt auf analytischem Wege zu der Auffassung, die Kohäsion der einzelnen Wasserteilchen sei viel grösser als die Adhäsion am Flussbette. Die Kohäsion sei proportional der relativen Geschwindigkeit der Wasserteilchen. Auf diese Annahme gestützt, erhält er einen mit der Prony-schen Formel analogen Ausdruck, worin aber v die Geschwindigkeit an der Sohle, nicht die mittlere Geschwindigkeit bedeutet. Im unendlich breiten, rechtwinkeligen Strome erhält er aus diesen Voraussetzungen eine Formel für die Vertikalkurve der Geschwindigkeiten, mit $v = v_u + \frac{I}{2E}(T^2 - t^2)$, welcher Ausdruck eine Parabel darstellt, deren Achse und Scheitel an der Wasseroberfläche liegt und deren Parameter direkt dem Gefälle proportional ist. Die mittlere Geschwindigkeit u wäre somit $= v_u + \frac{T^2 I}{3E}$. Dupuits Ansichten über die Berechnung des Wassers wichen somit nicht bedeutend von dem heute noch herrschenden ab. Nur findet er, dass sich die grösste Geschwindigkeit immer an der Oberfläche befinde. Seine Theorie lehnt sich übrigens bedeutend an die mittlerweile schon ziemlich ausgebildete Hydrodynamik mathematischer Richtung an, welche die innere Reibung, d. h. die Kraft, welche zwei aneinander liegende, um die Distanz dx voneinander entfernte Flüssigkeits-Hohlcylinder aufeinander ausüben, nach Navier definiert mit $P = f. \eta. \frac{dv}{dx}$, d. h. sie proportional setzt der in Berührung stehenden Fläche, einem Reibungskoeffizienten und dem Quotienten aus der gegenseitigen Geschwindigkeitsdifferenz durch ihre Entfernung. Auch ist seine Formel nur um das Glied v_u verschieden von derjenigen, welche die mathematische Theorie einige Jahre später für die Geschwindigkeit in Kapillarröhrchen geliefert hat und welche in ihrer einfachsten Formel lautet:

$$v = kI\,(R^2 - r^2).$$

De Saint-Venant (14) setzte

$$RI = 0{,}00040102\,.\,v^{\frac{21}{11}} \text{ für Kanäle und}$$

$$DI = 0{,}0011820\,.\,v^{\frac{12}{7}} \text{ für Röhren.}$$

Diese Formeln finden sich auch in einem Werke von Boileau (16), welcher ziemlich wichtige Beobachtungen über die Verteilung und Geschwindig-

keit in einem kleinen Kanale machte. Die Ursache, dass die Maximalgeschwindigkeit sich oft unter dem Wasserspiegel befindet, schreibt Boileau bereits der gegenseitigen schiefen und rotierenden Bewegung der kleinsten Teilchen zu.

Weisbach (59, 60, 19) erweiterte das vorhandene Material durch zahlreiche Messungen, besonders an Glas-, Messing- und Zinkblech-Röhren unter sehr hohem Drucke, mit Geschwindigkeiten von bis über 20 m.

Er setzte für Kanäle: $RI = 0{,}007409\left(1 + \frac{0{,}05853}{v}\right)\frac{v^2}{2g}$ und für Röhren

$$DI = \left(0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}}\right)\frac{v^2}{2g}.$$

Zeuner (19) machte Versuche mit Zinkröhren, welche die Formel Weisbachs mit ganz wenig geänderten Koeffizienten bestätigen. Weitere Wassergeschwindigkeitsmessungen geschahen durch Poiseuille (81, 1844) und Hagen (71, 1838), mit engen Röhren, Braidwood (63) mit Lederschläuchen (1844).

Alle diese verschiedenen Versuche und Formeln beweisen das Bedürfnis nach einer allgemein gültigen Formel. Leider konnten die Messresultate mit den doch so vielgestaltigen Formeln schon deshalb nicht allgemein übereinstimmen, weil letztere keine Rücksicht nahmen auf den Rauhigkeitsgrad der Wandungen. Den beiden französischen Hydrotekten Darcy und Bazin blieb es vorbehalten, die hohe Wichtigkeit derselben für die Bewegung des Wassers nachzuweisen, sowie ein umfassendes und sehr genaues Material zu liefern und durchzuarbeiten, welches wohl für alle Zeiten zu den zuverlässigsten und eingehendsten Forschungen dieser Richtung gezählt werden muss.

§ 4. Darcys Versuche (57, 58) von 1849—1851 erstreckten sich über 22 Leitungen aus gezogenen eisernen Röhren, asphaltierten Blechröhren, Guss- und Glasröhren, mit Durchmessern variierend von 0,0122 bis 0,50 m. Dieselben wurden sorgfältig, meist durch Messen der darin Raum findenden Wassermenge ermittelt. Die Röhren, aus Schmiedeeisen, asphaltiertem Blech und Gusseisen, hatten eine Länge von 111—114 m, diejenigen von Blei und Glas eine solche von 52 resp. 45 m. Der Druck wurde an 5 resp. 3 Punkten abgelesen, die Widerstandshöhe beim Eintritt in die Röhre berechnet und gefunden zu $\frac{1}{4m^2g}v^2 = 0{,}743\frac{v^2}{2g}$, wo $m = 0{,}82$.

Die prozentualischen Gefällsverluste variierten von 0,00022 bis 0,34426, die Geschwindigkeiten von 0,0344 m bis zu 6,01 m. Darcy zeigte in bestimmter Weise, wie die Rauheit der Wände einen grossen Einfluss auf die Geschwindigkeit der Wasserbewegung ausübe. Seine gusseisernen Rohre waren nicht geteert, daher dem Rosten ausgesetzt. Schon dieser Rost bewirkte eine bemerkenswerte Steigerung des Reibungskoeffizienten. Bei inkrustiertem Gusseisen betrug der Koeffizient das Doppelte des reinen, und

[illegible] die Zwecke der Praxis [illegible] stets den doppelten Koeffizienten [illegible] und keine Röhren unter [illegible] 0,08 m zu verwenden.

[illegible] Untersuchung der Geschwindigkeit in den einzelnen Stellen des [illegible] mass zu diesem Zwecke mit einer Pitot'schen Röhre die Geschwindigkeit in der Achse [illegible] Entfernung von derselben. Er fand nun, dass für Röhren derselben Weite die Verhältnisse [illegible] konstant blieben. Ebenso waren [illegible] Durchmessers, die Verhältnisse [illegible] konstant und konstruierte er [illegible] die Formel c — u = k [illegible] wo k im Mittel zu [illegible] gefunden wurde. Die Diskussion der aus [illegible] Differentialgleichungen an der Hand meiner Ergebnisse sei dem 3. Abschnitt vorbehalten.

Darcy glaubte bereits, dass [illegible] die Verschiebung der Wasserteilchen parallel der Achse [illegible] sei, sondern dass [illegible] regelmässig auch Seitenströmungen verbunden seien. Jedoch glaubte auch er, die Adhäsion an der Wand sei [illegible] die Kohäsion zwischen zwei Schichten [illegible] unendlich kleiner Ordnung.

Darcy stellt ferner folgende Sätze auf:

1. Der Widerstand kann ausgedrückt werden durch die Form:
   a) $RI = av + bv^2$ sowohl wie durch
   b) $RI = b_1 v^2$,

   wo für neue Röhren $a = 0{,}00031685 + \frac{0{,}0000000087356}{R^2}$ [illegible]

   $b = 0{,}00044289 + \frac{0{,}0000031[illegible]}{R}$

   $b_1 = 0{,}000507 + \frac{0{,}00000647}{R}$.

   Nach letzterer Formel berechnete Darcy seine im Anhange seines Werkes mitgegebene Tafel.

   In Durchmessern statt Halbmessern ausgedrückt, lautet der Wert von $b_1 = 0{,}001014 + \frac{0{,}00002588}{d}$.

2. Die Form $av - bv^2$ eignet sich speziell für Röhren mit glatten, die Form $b_1 v^2$ dagegen besser für solche mit rauhen Wandungen.
3. Für sehr enge Röhren und für Geschwindigkeiten von 9—10 cm gelten diese G[illegible] mehr, sondern es ändern dann die Geschwindigk[illegible] mit den Druckverlusten.

In Darcys Werk „Fontaines publiques de la ville de Dijon" (57) findet sich schon die bekannte Formel von Bazin $v = \sqrt{\frac{HI}{\alpha + \frac{\beta}{H}}}$ für rechtwinklige und $v = \sqrt{\frac{RI}{a + \frac{b}{R}}}$ für beliebige Kanäle.

Nach Darcys Tode 1858 setzte dessen vormaliger Mitarbeiter Bazin seine auch an Kanälen begonnenen Untersuchungen fort. Ihr gemeinsames, bedeutendes Werk: „Recherches hydrauliques" (24) beschäftigt sich hauptsächlich mit ihren in den Jahren 1855—1862 ausgeführten Untersuchungen an Kanälen der verschiedensten Neigungen, Profilformen, Grössen und Wandungen, welche mit grossartigen Staatsmitteln und ausserordentlicher Sorgfalt geschahen. Sie bilden 77 Versuchsreihen zu gewöhnlich 12 Einzelversuchen, in Kanälen von meist 80—150 m Länge und 0,5—2,0 m Breite, ferner an einem rechteckigen, kleineren Kanale von 0,10 m Breite und 19 m Länge, dann an zwei als Röhren geschlossenen rechteckigen Kanälen von 44 m, resp. 70 m Länge und 48, resp. 80 cm Breite. Das Durchflussquantum wurde durch aufeinanderfolgendes Öffnen einer Reihe tarierter Öffnungen in dünner Wand genau geregelt, der Wasserspiegel und die Sohle auf der ganzen Strecke nivelliert, die maximale Oberflächengeschwindigkeit sowohl mit Schwimmern, als auch mit der Pitot'schen Röhre bestimmt und in 23 Serien auch die Einzelgeschwindigkeiten im Querprofil mit der durch Darcy verbesserten Pitot'schen Röhre gemessen. Die Geschwindigkeiten variierten in diesen Versuchen von 0,218 bis zu 6,429 m.

In seiner allgemeinen Formel für die mittlere Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{RI}{\alpha + \frac{\beta}{R}}}$ lauten die Koeffizienten α und β.

	α	β
1. Sehr glatte Wandungen (geglätteter Cement, sorgfältig gehobeltes Holz)	0,00015	0,0000045
2. Glatte Wandungen, Hausteine, Backsteine, Bretter)	0,00019	0,0000133
3. Weniger glatte Wandungen (Bruchsteinmauerwerk)	0,00024	0,00006
4. Erde	0,00028	0,00035
5. Geschiebe	0,0004	0,0007

Bezüglich der Verteilung der Geschwindigkeiten im Querprofil machte Bazin hauptsächlich folgende Beobachtungen:

Lag in einem Kanale die Tiefe der maximalen Geschwindigkeit bedeutend unter der Oberfläche, so gab der Schwimmer natürlich die gesuchte

maximale Geschwindigkeit des ganzen Querprofils zu niedrig an. Dies war namentlich bei den Kanälen grösserer relativer Wassertiefe der Fall. So fand er in einem solchen von ungefähr gleicher Tiefe und Breite die grösste Geschwindigkeit ziemlich im Mittelpunkte des Querprofils, während in relativ sehr breiten Gerinnen dieses Maximum an der Oberfläche des Wassers sich befand.

Für das Verhältnis $\frac{c}{v}$ fand er die Relation:

$\frac{c}{v} = 1 - k \sqrt{\frac{RI}{v^2}}$ oder $c - v = k \sqrt{RI}$, wo k im Mittel aus 61 Beobachtungen zu 41.1, immerhin variierend zwischen 9.8 und 22.4 gefunden wurde. Doch stimmt diese Formel für diese 61 Versuche recht ordentlich und beträgt beispielsweise der Maximalfehler für $\frac{v}{c}$ 12 %, mit der Pronyschen Formel berechnet dagegen 32 %.

Bazin stellte auch Versuche an über den Widerstand der Luft mittelst zweier Röhren von rechtwinkeligem Profil, die er das eine Mal voll und dann mit demselben Gefälle halbgefüllt laufen liess. Er fand in beiden Fällen fast ganz, d. h. mit Differenzen von bloss 0.7—3.0 %, übereinstimmende mittlere Geschwindigkeiten, dagegen eine ganz andere Gruppierung der Einzelgeschwindigkeiten. Während im Rohr z. B. das Maximum der Geschwindigkeit genau in der Mitte lag und die Isotachen sich symmetrisch zu den Querschnittsachsen um dieses Zentrum gruppierten, ein angenähertes Rechteck bildend, stellten im offenen Kanal diese Linien mehr Ellipsen dar, welche einen unter dem Wasserspiegel gelegenen Punkt umschlossen. Auch lagen die Punkte gleicher Geschwindigkeit überhaupt entfernter vom Zentrum, als in der geschlossenen Röhre. Bazin schreibt diese Verlangsamung an der Oberfläche inneren Störungen zu, nicht der Reibung an der Luft, da Boileau nachgewiesen habe, dass in einem Kanal selbst dann, als ein heftiger Wind thalwärts blies, sich das Maximum der Geschwindigkeit unter der Oberfläche befand. Er schreibt daher diese Tatsache der inneren Zusammensetzung und inneren Bewegung der Flüssigkeit zu und bezeichnet sie als eine Unregelmässigkeit. Bazin äussert sich ferner, die Formel von Darcy $c - u = k \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{RI}$ sei nicht anwendbar auf rechtwinkelige Röhren.

Bazin zeigt, wie im grossen und ganzen die Isotachen ziemlich parallel den Wandungen verlaufen, dagegen doch wesentlich von der Form des Profils abweichen. Er findet das Maximum der Geschwindigkeit im offenen Kanale um so tiefer unter dem Wasserspiegel, je grösser die Wassertiefe im Verhältnis zur Breite, je kleiner die Geschwindigkeit und je grösser die Rauheit der Wände ist. Die Abnahme der Geschwindigkeit in der Vertikalebene des Stromstri[illegible] bei breiten Kanälen statt nach der Formel $\frac{c - u}{\sqrt{RI}} = k \left(\frac{t}{H}\right)^2$,

wo k, zwischen 7,6 (Série 66) und 24,9 (Série 58) variierend, im Mittel den Wert 20,6 besitze. Bei grösseren Tiefen folge die Verteilung der Geschwindigkeit sehr komplizierten Gesetzen. Aus letzterer Gleichung, resp. deren Differentialformel bestimmte er die Lage der mittleren Geschwindigkeit zu 0,577 H unter dem Wasserspiegel. Wird in ihr $t = H$, so erhält man die Wandgeschwindigkeit $w = c - k \, . \sqrt{RI}$, welche aber nur für den unendlich breiten Kanal gelte. Die grösste Geschwindigkeit längs der Wandungen finde sich gewöhnlich in der Mitte, die kleinste in den Winkeln derselben. Für den halbkreisförmigen Kanal, wo die Isotachen fast vollkommene konzentrische Halbkreise seien, passe für die Einzelgeschwindigkeiten die Formel:

$\frac{C - u}{\sqrt{RI}} = k \, . \left(\frac{r}{R}\right)^3$ wo k in 4 Versuchsreihen zwischen 18,2 und 23,2 schwankte und den Durchschnittswert 21 besass. Auch hier finde somit eine ganz andere Verteilung der Geschwindigkeit statt, besonders was die Punkte von über $\frac{2}{3}$R Entfernung von der Achse betrifft. Die Lage des Wasserfadens mittlerer Geschwindigkeit findet Bazin mittelst seiner Formel bei 0,737 R oder etwas tiefer.

§ 5. Mehr auf theoretischem Wege gelangte Levy (61) zu seinen von Darcy etwas abweichenden Formeln. Aus den Darcyschen Versuchen erhielt er die Fundamentalformel: $c^2 - u^2 = a \sqrt{I}$, welche ebenfalls mit diesen Versuchen gut stimmen soll. Er führt dann auch die äussere Reibung ein und setzt $w^2 = \alpha \frac{dI}{2}$, wo α ein Rauhigkeitskoeffizient ist. Seine schliesslichen Formeln lauten dann:

$$v^2 = dI \, (210{,}125 + 445{,}74 \sqrt{d}) \text{ für Röhren mit Niederschlägen und}$$

$$v^2 = dI \, (662{,}5 + 468{,}44 \sqrt{d}) \text{ für neue Gussrohre.}$$

Gaukler (69) untersuchte an 56 Versuchen die Potenzen, nach welchen die verschiedenen Elemente, das Gefäll, der Durchmesser und die Geschwindigkeit variieren.

Er setzte für Röhren: $\sqrt{v} + \frac{d}{4} \sqrt[4]{v} = \alpha \sqrt[3]{d} \sqrt[4]{I}$

„ „ für Kanäle über 0,0007 Gefälle: $\sqrt{v} = \alpha \sqrt[3]{R} \sqrt[4]{I}$

„ „ „ „ unter „ „ $\sqrt[4]{v} = \beta \sqrt[3]{R} \sqrt[4]{I}$

Gaukler hält nämlich dafür, dass bei Gefällen von unter 0,0007 die Bewegung eine stetige, darüber hinaus dagegen eine rollende sei.

Hagen (71) machte weitere Ausflussversuche mittelst kupferner Kapillarröhren und studierte besonders auch den Einfluss der Temperatur auf die Strömungsgeschwindigkeit. Er vertritt die Ansicht, dass der Widerstand weder von der Natur der Wandung noch vom Durchmesser abhängig sei. Seine mit den Messungen wenig übereinstimmenden Formeln lauten:

Für kleine Kanäle $v = 4{,}90\, R \sqrt[5]{I}$, für Flüssse: $v = 3{,}34 \sqrt{R} \sqrt[5]{I}$ und für Röhren:

$$h = \left(0{,}023577 + \frac{0{,}00011519 - 0{,}000004191 + 0{,}000000009229\, t^2}{v \cdot d}\right) \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

wo t die Temperatur des Wassers in Centigraden bedeutet.

Aus vorstehenden, vielseitigen Bestrebungen, das wirkliche Naturgesetz der Bewegung des Wassers in regelmässigen Gerinnen zu finden, geht deutlich hervor, wie wenig die gemachten Vorschläge Vertrauen fanden, wenn auch hervorgehoben werden muss, dass die Formeln von Darcy und Bazin sich bei den Praktikern grosser Beliebtheit erfreuen.

Um mehr Sicherheit in die Berechnung der Durchflussmengen von Röhren zu bringen, beschloss der Verband deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine auf Anregung des Hamburger Architekten- und Ingenieur-Vereins eine Untersuchung auf breiterer Grundlage an funktionierenden Leitungen grösserer städtischen Wasserwerke vorzunehmen. Es gingen auf dieses hin folgende Berichte ein:

1. Von Dr. C. J. H. Lampe über die Danziger Versuche (62).

   Letztere ergaben, dass sich an den bereits 5 Jahre in Gebrauch stehenden Rohrleitungen noch keine Inkrustationen gebildet hatten, dass Kurven von 3 m Länge keine bemerkbaren Druckverluste verursachten, und dass in Fällen, wo sich die Rohrleitung an einer Stelle über die gerade Verbindungslinie zwischen dem Wasserspiegel und der Ausflussmündung erhob, das Wasserquantum nur einer solchen Drucklinie entspricht, welche man von dem gehobenen Punkte aus nach dem Reservoir zieht. Lampe fand die Versuche übereinstimmend mit seiner Formel

   $$h = 0{,}016\,263\, \frac{l}{d^{1,25}} \cdot \frac{v^{1,802}}{2g}$$

   oder anders geschrieben:

   $$v = 84{,}34\; R^{0,694}\; I^{0,555}.$$

2. Vom Bonner Architekten- und Ingenieur-Verein. Es zeigte sich an diesen mit neuen asphaltierten Röhren angestellten Versuchen, dass die Widerstände durch Krümmungen, Schieber etc. nur einige Millimeter ausmachten.

3. Vom mittelrheinischen Ingenieur- und Architekten-Verein über die Versuche in Wiesbaden, welche auch über Bleileitungen und Hanfschläuche ausgedehnt wurden; bei den letzteren wurden aber Strahlröhren mitbenutzt, welche das Resultat beeinflussen mussten.

4. Von A. Schäfer, über Versuche an der Metelsdorfer-Leitung der Stadt Wismar.

5. Von Ehmann und Zobel, Stuttgarter Versuche, sehr sorgfältig ausgeführt.
6. Von Iben, Hamburger Versuche. Dieser sagt, aus den Versuchen gehe deutlich hervor, dass sämtliche bekannten Formeln nur empirische Annäherungen seien und dass der wahre Ausdruck des Naturgesetzes, die wirkliche Form der Funktion, nicht bekannt sei. Er hält auch dafür, dass ausser den Dimensionen l, d, v und h noch eine Menge anderer Faktoren beider Bewegungs-Röhren mitwirken.

Iben stellte dann diese sämtlichen Messungen nebst denjenigen von Fanning und Humber in seiner Schrift „Druckhöhenverlust in geschlossenen Rohrleitungen, 1880“ (63) zusammen und verglich sie mit den nach den Formeln von Darcy, Prony nnd Weisbach ausgerechneten Druckhöhen. Er kommt zum Schlusse, dass die Formel von Darcy mit den Messungen am besten übereinstimme und auch auf Leitungen mit grössten Durchmessern Anwendung finde. Die deutschen Koeffizienten für die Darcysche Formel heissen aber: $b_1 = 0{,}000912 + \frac{0{,}00008}{d}$ für neue Röhren.

Frank (66) empfiehlt die Form $l_1 = 0{,}00051192 + \frac{0{,}0003847}{\sqrt{d}}$, welche aber für das Beispiel von Loch Katrine ($d = 1{,}22$ m), ebenso wie die Darcysche, zu kleine Resultate geben. Er hält dafür, dass die Darcysche Formel mit deutschen Koeffizienten sich für Durchmesser von unter 50 cm, seine eigene dagegen für Durchmesser von über 50 cm besser eigne.

Frank (67) hat auch logarithmographische Tafeln für die Berechnung von Röhren verschiedener Profilformen, auch eiförmiger, nach der hiernach folgenden Formel, aufgestellt.

Eine neue, gegenwärtig wohl am meisten angewandte empirische Formel für Flussläufe und Kanäle konstruierten die Ingenieure Ganguillet und Kutter (27) in Bern. Dieselbe fusst auf der Bazinschen etwas abgeänderten Form:

$v = \frac{z}{1 + \frac{x}{\sqrt{R}}} \sqrt{RI}$, wo z die Variationen des de Chézyschen Koeffizienten c mit dem Gefälle und der Rauheit, $\frac{x}{\sqrt{R}}$ diejenigen mit R enthält.

Unter Benutzung der Erfahrung, dass c bei grossen Strömen mit der Zunahme des Gefälls kleiner wird, bei kleineren Gewässern dagegen grösser, fanden die genannten Hydrotekten die Beziehung

$$c = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{I}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{I}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

wobei er sowohl die Versuche Bazins wie auch diejenigen der Amerikaner Humphreys und Abbot, nebst verschiedenen anderen Messungen berücksichtigte.

Für grössere Gefälle wird der Summand $\frac{0.00155}{I}$ bedeutungslos. Nimmt man dabei ein mittleres Gefälle an von 0.00077, so heisst die Formel auch

$$v = \frac{25 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{25\,n}{\sqrt{R}}}\sqrt{RI} = \frac{100 + \frac{4}{n}}{4 + \frac{100\,n}{\sqrt{R}}}\sqrt{RI}.$$

Hier ist n

1. Für sorgfältig gehobeltes Holz und glatte Cementverkleidung 0.010
2. Für Bretter 0.012
3. Für behauene Quadern und gut gefügte Backsteine 0.013
4. Für Bruchsteine 0.017
5. Für Erde 0.025
6. Für grobes Geschiebe und Wasserpflanzen . . . 0.030

Kresnik (37) hat nach der Ganguillet-Kutterschen Formel eine hydrologische Tafel zum Ablesen von Q, v und der Querprofilgrösse berechnet.

Prof. Dr. Lueger (68) in Stuttgart setzt $v = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}\sqrt{RI}$, wo R der hydraulische Radius bedeutet und m variiert zwischen 0.12—0.15 für Cement und 2.50 für den schlecht unterhaltenen Erdkanal, mit vielen Pflanzen bewachsen, und einer Sohlenbreite unter 1,5 m.

Diese Formel wendet Lueger an, um den Widerstand in Röhren zu berechnen. Für diesen gelte die Differentialgleichung

$dB = \frac{4R'}{\gamma D} . ds$, wo R' der Reibungswiderstand, γ das Gewicht der Kubikeinheit, dB die Höhe des Wassersäulenelementes ist.

Es ist nämlich die Grösse des Widerstandes auf die Länge ds

$$W = U . R' . ds,$$

und da $U = D\pi = \frac{4F}{D}$, so ist $W = \frac{4F}{D} R' . ds$.

Dieser Widerstand ist aber gleich dem Gewichte $\gamma F . dB$, so dass

$$dB = \frac{4R' ds}{\gamma . D}$$

Integriert man links von 0 bis B, rechts von 0 bis 1, so erhält man die Reibungswiderstandshöhe pro Längeneinheit der Rohrleitung für ein konstantes D:

$$B_1 = \frac{4\,R'}{\gamma\,D}.$$

Da nun nach obigem $R' = \gamma k_1 u^2$, so ist

$$B_1 = \frac{4\,k_1\,u^2}{D}.$$

Es ist aber auch $v = \frac{Q}{F} = \frac{4\,Q}{D^2 \pi}$ und $v^2 = \frac{16\,Q^2}{D^4 \pi^2}$,

also

$$B_1 = \frac{4\,k_1 . 16\,Q^2}{D^5 . \pi^2} = 64\,k_1 \frac{Q^2}{D^5 \pi^2}.$$

Nach Darcy wäre nun $\frac{64\,k_1}{\pi^2} = 0{,}001641 + \frac{0{,}000042}{D}$ und nach Lueger

für $v = \frac{100\,\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \sqrt{RI}$ und $m = 0{,}15$ wird:

$$\frac{64\,k_1}{\pi^2} = 0{,}000648 + \frac{0{,}000389}{\sqrt{D}} + \frac{0{,}0000584}{D}.$$

Lueger gibt in seinem Werke „Wasserversorgung der Städte" noch eine Tafel zur Berechnung von $v = 0{,}707\,k . \sqrt{RI}$, wo $k = \frac{100\,\sqrt{r}}{m + \sqrt{r}}$ und $m = 0{,}25$, entsprechend älteren Röhren, wie gebrauchte Cementröhren, sorgfältig hergestelltes Backstein- oder Quadermauerwerk. In letzterer Formel bedeutet r den hydraulischen, R den wirklichen Radius der Röhre.

Auch Lueger nimmt, wie noch die meisten heutigen Hydrotekten an, die Reibung sei eine an der äusseren Begrenzung der Flüssigkeit angreifende Kraft und somit proportional dem benetzten Umfang.

Bazin publizierte im Jahre 1897 neuerdings eine Studie (34), in welcher auf Grund zahlreicher Beobachtungen, die der Luegerschen ganz analoge Formel

$$v = \frac{87\sqrt{RI}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = \frac{87\,R\sqrt{I}}{\gamma + \sqrt{R}}$$

entwickelt wird.

γ variiert hier von 0,06 für Cement bis 0,85 für Erde und 1,75 für Geschiebe, also durch einen ganz ausserordentlich grossen Spielraum.

Für Röhren stellte Hawksley (65) die Formel auf $v = 48 \sqrt{\frac{d\,H}{1 + 54d}}$ für Fussmass, welche Beziehung auch für kurze Röhren gelte.

Auf ganz selbständiger Grundlage, nämlich auf der Atomtheorie beruht die von Harder (45) gefundene Formel. Er findet den Ausdruck

$$u = c_0 \sqrt{HI} + \sqrt{c\left(Hh - \frac{h^2}{2}\right)I}$$

Die Geschwindigkeit an der Sohle erhält er als eine endliche Grösse, welche von der Beschaffenheit der letzteren abhängig sei. Die Geschwindigkeitskurve sei aus 2 Ellipsen zusammengesetzt. Für die mittlere Geschwindigkeit erhält er nach seinen Schlussfolgerungen:

$v = k_1 \sqrt{RI} + k_2 R \sqrt{I}$ wo $k_2 = 7{,}25$ und k_1 von der Natur der Wandung abhängt. (Cement 70,5; Erde 36,27).

Auch seine Formeln zeigen eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den damals bekannteren Messungen:

Den Widerstand ruhiger Luft vermutet er als eine ganz unbedeutende Grösse. Letztere Formel lässt sich auch auf die Form $v = k(1 + 0{,}2\sqrt{R})\sqrt{RI}$ zurückführen.

Eine ganz ähnliche Gestalt besitzt die in der „Zeitschrift f. Gewässerkunde“, Jahrgang 1899 gebrachte Formel von Hessle: $v = k(1 + 0{,}5\sqrt{R})\sqrt{RI}$

Bornemann (49) unterzog die Gauklerschen Formeln für Flüsse einer eingehenden Untersuchung und gab ihnen schliesslich die Gestalt:

$v = \frac{1}{\alpha} \sqrt[3]{R^4} \sqrt[5]{I^4}$, wo α von der Rauheit abhängt.

Für Flüsse ist $\frac{1}{\alpha} = 256{,}4$.

Weder seine, noch die Gauklersche Formel können aber für schwache Gefälle benutzt werden.

Harlacher adoptiert die Einteilung der Flüsse in solche von unter und über 0,0007 Gefälle und setzt in seiner allgemeinen Formel

$$v = x\, r^y I^z$$

für Gewässer	von	unter	0,0007	Gefälle:		$x = 0{,}578141$
„	„	„	„	„	„	$y = -0{,}228165$
„	„	„	„	„	„	$z = 0{,}030467$
„	„	„	über	„	„	$x = 2{,}257041$
„	„	„	„	„	„	$y = 0{,}394680$
„	„	„	„	„	„	$z = 0{,}188948$

§ 6. Die meisten Untersuchungen über die Wasserbewegung, vor dem Erscheinen eines Aufsatzes von Thomson „On the flow of water in uniform Regime in Rivers and other open Channels“ (73), gingen von der Voraussetzung aus, der Widerstand der Sohle gegen die Vorwärtsbewegung sei das einzige Bewegungshindernis und betrachteten den Wasserkörper selbst als eine Aufeinanderfolge von mit verschiedenen Geschwindigkeiten begabten Hohlcylindern. Es war dies die sogenannte Laminartheorie. Nach derselben müsste sich die grösste Geschwindigkeit stets am Wasserspiegel befinden. Da aber schon frühzeitig erkannt worden war, dass die grösste Geschwindigkeit

nicht immer an der Oberfläche zu finden sei, so verfielen viele, die sich mit solchen Fragen beschäftigten, auf den Gedanken, der Luftwiderstand sei schuld an dieser Erscheinung, so Ellet (15) im Jahre 1850, d'Aubuisson 1840, Humphreys und Abbot 1850—1861.

Nachdem Boileau (16) diese Ansicht durch seine Versuche widerlegt hatte, suchte Thomson nach einer anderen Erklärung und glaubte sie in den tangentalen und aufsteigenden Bewegungen, welchen die Flüssigkeiten unterworfen seien, zu finden, indem die Oberfläche beständig von aus unteren, langsam fliessenden Schichten herkommendem Wasser überflutet werde. Kapitän Cunningham (46) bemerkte an zwei Kanälen beim Gange an Schwimmern eine beständige Oberflächenströmung vom Ufer gegen die Mitte hin, welche an den Seiten am intensivsten sei und gegen die Mitte abnehme.

Ähnliche Beobachtungen machten Stearns und Ftely (36) an Kanälen in der Nähe des Sudbury-Flusses sowie Möller (74), welche beide aus gewissen Bewegungen von Oberflächen- und Tiefenschwimmern zu erkennen glaubten, dass sich das Wasser in Kanälen in einer Doppelspirale bewege derart, dass es sich längs der Sohle den Seitenwandungen nach heraufziehe, und an der Oberfläche sich gegen die Mitte und von da wieder gegen die Sohle zu bewege.

Aus dem Austausch des Wassers unter benachbarten Schichten, mittelst Wirbeln und Strömungen, leitet Möller die Parabelform der Geschwindigkeitskurve ab und zwar eine solche mit horizontaler Achse, wenn die Wirbel bis zur Oberfläche gelangen können, wie bei seichten Gewässern, und mit vertikaler, wenn der Austausch in den tieferen Schichten stärker als oben vor sich geht.

Den Umstand, dass die maximale Geschwindigkeit nicht an der Oberfläche zu finden sei, erklärte er daher, dass bei dem Zuströmen der Oberflächenschicht gegen den Stromstrich, das Wasser, der verzögernden Wirkung der Sohle enthoben, in eine beschleunigte Bewegung gerät, die bis zu dem Punkte der maximalen Geschwindigkeit anhalte.

Möller verfolgt und erklärt sonach an der Hand des Spiralgesetzes die Ausbildung der Flusskrümmungen und die Wirkung der Buhnen. Später (75, 1890) behandelt er die Gesetze und Grösse der Reibung an der Flusssohle, wie im Innern der Flüssigkeit und leitet folgende Sätze ab:

1. Bei einer Mischung von Massen gibt eine Massengruppe an die andere so viel Bewegungsgrösse ab, als sie selbst verliert. Durch diese Mischung wird die Summe der Bewegungsgrösse der sich mischenden Körper in der Richtung der fliessenden Bewegung nicht geändert.
2. Die Reibung zwischen den einzelnen Wasserschichten, per Flächeneinheit, ist direkt proportional der Tiefe der betreffenden Schicht.

> Die Reibung ist in jeder Schicht gleich der Komponente der Schwerkraft, mit welcher die auflagernden Massen stromabwärts getrieben werden.

Die seitliche Komponente fand Möller in der Weser bei Hoja, an den Ufern mit O beginnend, bei $^1/_4$ Flussbreite vom Ufer entfernt zu $^1/_{50}$ der fliessenden, vorwärtsschreitenden Bewegung.

Auch die mathematische Geographie hat von diesen Ausführungen Notiz genommen (76, 76a).

Es ist indes nicht zu übersehen, dass aus der Bewegung von Schwimmern im Wasser noch nicht auf die Bewegung der Wassermoleküle selbst geschlossen werden darf.

Alexis Schklarewsky (77) hatte durch Versuche gefunden, dass sowohl in Kapillar- wie in weiten Röhren sich kleine Körperchen immer gegen die Mitte des Stromes zu bewegen und dass die Fremdkörper sich überhaupt dort aufhielten, wo sie die geringste Vermehrung der Reibung hervorbrachten, also da, wo die geringste Geschwindigkeitsdifferenz zweier benachbarten Schichten auftrat. Es erklärt dies auch die erwähnte Tatsache, dass die seitliche Komponente der Bewegung dieser Schwimmer in der Nähe der Ufer grösser ist als im Stromstrich, weil hier der Geschwindigkeitsunterschied zweier benachbarten Schichten grösser ist, als gegen die Mitte hin.

Sehr wahrscheinlich wird auch die tragende Kraft des Wassers gegenüber Sinkstoffen von dem Gesetze der Verteilung der einzelnen Geschwindigkeiten abhängen.

An serpentinierenden Flussläufen wurde schon lange beobachtet, dass sich an den Ufern Kolke, im Schnitt des Talweges mit der Stromachse dagegen erhöhte Bänke bilden (49). Meythaler (50, 51), welcher den Verlauf der Verbindungslinie zwischen den Massenmittelpunkten aufeinander folgender Querprofile studierte, fand, dass letztere nicht nur in der Horizontalen, sondern auch in der Vertikalen eine sinusoidale Kurve beschreiben, welcher er den Namen Potamokurve gibt. Die Geschwindigkeit selbst sei in den Kolken am Ufer ungefähr dieselbe, wie in den Bänken der Stromachse und es entnehme somit der Fluss die zum Ansteigen auf letztere nötige lebendige Kraft einfach der vorhergehenden, fallenden Strecke. Im Rhein, in der Gegend von Strassburg, kämen Höhenunterschiede zwischen den Massenmittelpunkten am Ufer und in der Stromachse vor bis zu 1,60 m, bei Talwegabschnitten von ungefähr 900 m Länge. Bei Hochwasser verflache sich die Potamokurve, stelle sich aber nachher wieder ein wie vorher, sich nur in der Längsrichtung verschiebend.

Auch der Verfasser dieser Schrift hat an künstlichen Gerinnen Versuche zur Erforschung der inneren Strömung [illegible] sserläufe unternommen,

ist aber noch nicht zu einem abschliessenden Resultate gelangt. Sicher ist, dass diese Bewegungen, namentlich in der Nähe des Wasserspiegels, viel komplizierterer Art sind, als man gemeinhin annimmt.

Die mechanische Wärmelehre ist ebenfalls im stande, uns seitliche Bewegung von im Wasser suspendierten Körper zu erklären. Stellen wir uns die Flüssigkeit vor als aus einer Menge schwingender Moleküle bestehend, deren Schwingungen nach allen Seiten hin ihre Energie abgeben, welche dann von den umschliessenden Wandungen und der Flüssigkeit selbst als Druck empfunden wird, so ist klar, dass, sobald die Moleküle sich vorzugsweise in einer Richtung, derjenigen der Translation, bewegen, bei gleichbleibender Gesamtenergie der Druck nach den übrigen Richtungen hin abnehmen muss. Je grösser die Translationsgeschwindigkeit an einem Punkte ist, desto schwächer wird hier der allseitige Druck und werden sich starre Körper von Punkten stärkeren Druckes zu solchen schwächeren Druckes hin bewegen.

§ 7. Viel neues Licht über die Erkenntnis der Bewegungsgesetze des Wassers, namentlich bezüglich des Überganges von der sog. „gleitenden" zur „rollenden" Bewegung, in Röhren, warfen ferner die Untersuchungen Reynolds.

Nachdem schon Girard (6) für Kapillarenröhren bei Versuchen mit verschiedenen Flüssigkeiten erkannt hatte, dass zwischen der Geschwindigkeit und der Druckhöhe Proportionalität herrsche und dass Salzlösungen die Ausflussgeschwindigkeit beeinflussen, stellte Poiseuille im Jahre 1846, gestützt auf umfassende Versuche, das empirische Gesetz für solch enge Glasröhren fest mit der Formel

$$Q = 1836{,}7\ (1 + 0{,}03368\ t + 0{,}0002210\ t^2)\ \frac{P \cdot D^4}{L},$$

wo t die Temperatur des Wassers in Centigraden, P die durch eine Quecksilbersäule von 10^0 bestimmte Druckhöhe bedeuten, alles im mm = mg-System, woraus durch Division mit $\frac{D^2 \pi}{4}$ und durch Umwandlung von P in Wassersäulenhöhen, von D in 2 R, folgt:

$$v = \frac{R^2\ I\ (1 + 0{,}03368\ t + 0{,}0002210\ t^2)}{8 \cdot 0{,}0001816}$$

Oder im Meter-Tonnen-System:

$$v = 688300\ R^2\ I\ T$$

wo T die sog. Poiseuille'sche Zahl, die in obigen Formeln eingeklammerte, die Veränderlichkeit der Kohäsion des Wassers mit der Temperatur bezeichnende Grösse bedeutet.

Spätere Messungen durch Hagen (71) an kupfernen Röhren bei verschiedenen Temperaturen bestätigten im allgemeinen diese Zahlen, so dass anzunehmen ist, dass das Röhrenmaterial keinen wesentlichen Einfluss auf den Reibungskoeffizienten besitze.

Hagenbach (82) korrigierte die Resultate von Poiseuille, indem er die Geschwindigkeitshöhe bei den Druckangaben in Rechnung zog. Er erhielt so eine höhere Grenze für die Gültigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes, als Poiseuille selbst. Das Nichtzutreffen der Formel bei höheren Geschwindigkeiten erklärte Hagenbach durch einen infolge der seitlichen Bewegungen, Wirbel, Vibrationen etc. eintretenden Widerstand, den er Erschütterungswiderstand nannte.

Die methodische Hydrodynamik geht aus von der Betrachtung der Gleichgewichtsbedingungen und der Formänderungen eines unendlich kleinen Parallelepipeds einer vollkommenen, d. h. reibungslosen, unter der Einwirkung von Druck- und äusseren Kräften stehenden Flüssigkeit. Die daherigen Veränderungen bestehen im allgemeinsten Falle der Bewegung aus einer Dilatation oder Kontraktion, einer Translation (Ortsveränderung) und einer Rotation. Bei inkompressiblen Flüssigkeiten ist die räumliche Dilatation gleich Null, welche Bedingung die sog. Kontinuitätsgleichung ausdrückt.

Die auf diese Kräfte bezüglichen Differentialgleichungen datieren von Euler und Lagrange. Die Hydrodynamik zeigt nun, dass für den Fall, wo ein Potential der Geschwindigkeiten existiert, d. h. bei der sog. Potentialbewegung, keine rotatorischen Bewegungen stattfinden. Dieser Fall ist dadurch charakterisiert, dass dann die rechtwinkeligen Komponenten der Geschwindigkeit eines Massenteilchens gleich gesetzt werden können den nach den entsprechenden Richtungen genommenen Differentialquotienten einer bestimmten Funktion, des sog. Geschwindigkeitspotentials. Wo dagegen kein solches existiert, muss wenigstens ein Teil der Flüssigkeit in Rotation begriffen sein. Letzteren Fall, unter Annahme von Kräften mit einem Kräftepotential, haben besonders Helmholtz in seiner klassischen Abhandlung über Wirbelbewegungen (77), sowie Thomson (On Vortex motion, Edinb. Trans. 1869, Vol. XXV.) untersucht und dabei sehr wichtige Sätze über das Wesen dieser Bewegungsart abgeleitet.

Nimmt man nun statt einer vollkommenen eine reibende Flüssigkeit, z. B. Luft oder Wasser, so treten zu den Komponenten des Druckes und der äusseren Kräfte noch die der Reibungskraft hinzu und wir erhalten die durch Newton, Navier, Poisson, Stokes, Neumann, O. E. Meyer und Stephan ausgebildeten allgemeinen Bewegungsgleichungen für diese Flüssigkeiten. Die Reibungskräfte selbst werden nach dem sog. Newtonschen Prinzip berechnet, welches besagt, dass die verzögernde Kraft der Reibung zwischen zwei sich parallel aneinander bewegenden Schichten proportional sei deren Fläche, einem Koeffizienten μ sowie dem Quotienten aus

ihrem Geschwindigkeitsunterschiede und ihrem Abstande, so dass diese Reibung sich ausdrücken lässt durch die Formel: $K = f \, . \, \mu \, \frac{du}{dh}$.

Aus diesen Ableitungen geht nun deutlich hervor, dass für den Fall reibender Flüssigkeiten kein Geschwindigkeitspotential existiert, dass also Wirbelbewegungen auftreten müssen.

Diese allgemeinen Gleichungen reibender Flüssigkeiten wurden nun angewendet auf verschiedene Spezialfälle, wie z. B. auf die Strömung in kreisrunden Röhren durch Neumann, Helmholtz, Stephan (92), Oberbeck (91), Boussinesq, O. E. Meyer u. a. Unter der Annahme, dass im kapillaren Rohr die Bewegungskomponenten nach den Seiten hin verschwinden, erhielten sie die Geschwindigkeitsformel für kreisrunde Kapillarröhren:

$$u = \frac{p_1 - p_0}{4 \mu l} (R^2 - r^2)$$

woraus durch Differentiation und Integration über die ganze Querschnittsfläche folgt:

$$v = \frac{p_1 - p_0}{8 \mu} R^2 \text{ und } Q = \frac{p_1 - p_0}{8 \mu} R^4 \pi$$

wie schon auf empirischem Wege Poiseuille gefunden hatte:

Im Gaussischen mm-mg-System wäre also, wenn wir Poiseuille's Formeln mit den letzten vergleichen:

$$\mu = \frac{0{,}0001816}{1 + 0{,}03368\,t + 0{,}0002210\,t^2} = \frac{0{,}0001816}{T}$$

Im gr.-cm-System dagegen ist $\mu = \frac{0{,}01816}{T}$.

Für kreisrunde Kapillarröhren hat Stephan die Rechnungen ins einzelne durchgeführt. Seine Sätze lauten:

1. Der Druck ist in einem und demselben Querschnitt der Röhre in allen Punkten gleich.
2. Er ändert sich längs der Achse der Röhre nach dem Gesetze einer geraden Linie.
3. Die Flüssigkeitsteilchen, welche zu irgend einer Zeit in einem Querschnitte der Röhre sich befinden, sind nach Verlauf der Zeit t auf der Fläche eines Umdrehungsparaboloids verteilt, dessen Achse mit der Achse der Röhre zusammenfällt und welches um so gestreckter wird, je grösser die abgelaufene Zeit t ist.
4. Die Flüssigkeitsteilchen drehen sich um Achsen, welche senkrecht zum Radius und im Querschnitte liegen, in dem Sinne, dass die der Röhrenachse zugewendete Seite dieser Richtung entgegen sich bewegt. Die Winkelgeschwindigkeit ist der Druckhöhe und der Entfernung des Flüssigkeitsteilchens von der Achse direkt der Röhrenlänge verkehrt proportional.

Die Winkelgeschwindigkeit berechnet sich nach der Formel

$$\omega = \frac{p_1 - p_0}{4 \mu L} \cdot r.$$

Die Rotation ist also an der Wandung am heftigsten und beträgt beispielsweise bei 1 cm Entfernung von der Achse 220 Umdrehungen per Sekunde, für $\frac{p_1 - p_0}{L} = 1$.

Im kreisrunden Kapillarrohr besteht also die Flüssigkeit aus lauter konzentrisch um die Achse angeordneten kreisförmigen Wirbelringen, deren Translation parallel der Achse geschieht und welche in der angegebenen Weise rotieren.

Unabhängig von seinen Vorgängern hat Boussinesq (83) die allgemeine Theorie durchgeführt und auch auf elliptische und rechteckige Querschnitte ausgedehnt. Für erstere gilt das Gesetz:

$$u = C \frac{b^2 c^2}{b^2 + c^2} \left(1 - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}\right),$$

w 2b und 2c die Achsen, C eine Konstante bedeuten. Für rechteckigen Querschnitt wird die Formel schon sehr kompliziert. Boussinesq hat auf analytischem Wege (93 und 94) auch eine Theorie der rascher fliessenden Wasserläufe, welche aber zu keinen praktisch brauchbaren Formeln führt.

Theorie und Wirklichkeit stimmen nach obigem für die langsame Bewegung sehr schön überein. Dagegen ist dies ganz und gar nicht der Fall für diejenige Bewegung, welche in weiten Röhren und offenen Gerinnen auftritt. Hier verliert jedenfalls das Newton'sche Prinzip seine Gültigkeit, schon weil hier offenbar die Wirbel durcheinandergehen, somit keine eigentlichen, diesem Prinzip zu Grunde liegenden Wirbelflächen mehr auftreten. Dass dieses Prinzip bis jetzt nicht durch ein anderes ersetzt wurde, ist jedenfalls, abgesehen von dem komplizierten, nur wenigen zugänglichen Werkzeug, mit dem die Hydrodynamik arbeitet, der Hauptgrund, dass diese Disziplin bisher so wenig praktisch verwertbare Resultate gezeitigt und vom Techniker sozusagen gänzlich ignoriert wird.

Die Geschwindigkeit an den Wandungen wäre nach obiger Formel, wie leicht einzusehen, gleich Null.

Moseley (97) leitete theoretisch eine aber nur innert sehr engen Grenzen geltende Formel ab. Für weitere Röhren hat O. E. Meyer (98) für die Ausflusszeit die Beziehnng aufgestellt:

$$t = \frac{A}{\sqrt{p}} + B \frac{l}{p} + C \frac{l^2}{p^2},$$

wo p den Überdruck (H) bedeutet.

Hamilton Smith (70) stellte neue Versuche an mit getheerten Blechröhren gezogenen schmiedeisernen Gasröhren, Glas- und Holzröhren und fand für neue Röhren die Formel:

$$H = \left[0{,}0132 + \left(0{,}009 + \frac{0{,}00014}{D}\right)\frac{1}{\sqrt{v}}\right]\frac{L\,v^2}{D \,.\, 2\,g}.$$

Eine möglichst vollständige Übersicht über die Arbeiten der Hydrodynamik mathematischer Richtung bieten die Werke von Auerbach (84) und Wien (85, 1900).

Wir entnehmen denselben, dass diese Art der Wasserbewegung, die geradlinige, (direct motion) bereits bis ins einzelne erkannt ist, wenn wir auch noch nicht wissen, ob es die Atome oder die Moleküle, oder Gruppen von solchen sind, welche die Wirbellinien zusammensetzen. Die mathematische Hydrodynamik legt ihren Betrachtungen eine kontinuierliche, ausserdem für die tropfbar-flüssigen Körper eine inkompressible Materie zu Grunde. Wirbelbewegungen sind beiden Bewegungsarten gemein, die Bezeichnung „rollende" oder „wirbelnde" Bewegung ist somit nicht unterscheidend, und es soll deshalb hier in der Folge für sie die Bezeichnung „krummläufige" gegenüber der „geradläufigen" Bewegung zur Anwendung kommen.

Reynolds (78, 79, 80) nun machte sich zur Aufgabe, die Bedingungen zu finden, unter welchen der Wechsel der einen in die andere Bewegungsart eintritt.

Da ihn der theoretische Weg auf zu komplizierte Integrationen führte, so schlug er den der Empirie ein und zwar auf zwei Arten: Einmal, indem er, unter sorgfältiger Erhaltung der Ruhe der Flüssigkeit beim Eintritt in die 3 Versuchsröhren aus Glas von 1, $^1/_2$ und $^1/_4$ Zoll Durchmesser und 5—7′ Länge, gleichzeitig mit dem gewöhnlichen Wasser einen zentralen Faden gefärbten Wassers dieselben passieren liess und dann beobachtete, bei welcher Geschwindigkeit sich dieser Faden in Wirbel aufzulösen begann. Die Versuche wurden bei verschiedenen Temperaturen angestellt. Diese kritische Geschwindigkeit fand Reynolds zu

$$V_c = \frac{1}{B_c\,D \,.\, T},$$

wo T wieder die Poiseuille'sche Zahl bedeutet und $B_c = 43{,}79$. Unterhalb dieser Geschwindigkeit blieb der Farbstreifen als schöne gerade Linie bestehen, während er sich bei grösserer Geschwindigkeit in Flocken auflöste, und zwar fand diese Erscheinung um so näher der Einmündung statt, je grösser die Geschwindigkeit war.

Sodann prüfte er den Übergang der einen in die andere Bewegungsart, indem er an zwei Bleiröhren von 16′ Länge und $^1/_4$ resp. $^1/_2$ Zoll Durchmesser untersuchte, bei welcher Geschwindigkeit sich das Gesetz des Ausflusses änderte. Dieser Moment zeichnete sich schon durch plötzlich eintretende starke Unruhe in den angebrachten Manometern aus, wurde aber auf graphische Weise durch Auftragen der Werte der Logarithmen von i und v auf einer Abscissen- und einer Ordinatenachse ermittelt, nach einer schon früher von ihm empfohlenen Methode des „logarithmic homologue."

Die Resultate waren folgende:

1. Bei niedrigen Geschwindigkeiten war die Pression proportional der Geschwindigkeit und die Geschwindigkeit, bei welcher eine Änderung des Gesetzes eintrat, stund nach ihm genau in umgekehrtem Verhältnis zum Durchmesser der Röhre.
2. Bis zu dieser kritischen Geschwindigkeit stimmten die Druckhöhen genau mit der Poiseuille'schen Formel für Kapillarröhren überein.
3. Für eine kleine Entfernung von der kritischen Geschwindigkeit fanden sich keine einfachen Beziehungen zwischen dem Druck und der Geschwindigkeit, darüber hinaus variierte der Druck wieder nach einer bestimmten Potenz der Geschwindigkeit, und zwar für die Bleiröhren mit $n = 1{,}722$.
4. Die kritische Geschwindigkeit Vc wurde gefunden bei $\frac{1}{278\,T\,.\,D}$, welcher das kritische Gefälle entspricht $I_c = \frac{1}{47\,700\,000\;T^2 D^3}$, im gewöhnlichen Meter-Tonnen-Masssystem.

Reynolds unterzog nun auch noch die Versuche Darcys und Poiseuilles seiner logarithmischen Methode, indem er bei den letzteren noch den Eintrittswiderstand in die Röhren in Berücksichtigung zog. Für gut abgerundete Mundstücke fand er denselben zu $\frac{v^2}{2g}$, für cylindrischen Ansatz, wie bei den Poiseuille'schen Versuchen zu $1{,}505\ \frac{v^2}{2g}$. Als Mittel sämtlicher Beobachtungen fand Reynolds den Exponenten n für

Einfache Bleiröhren zu	1,72, also	$\frac{1}{n} = 0{,}581$,
Zusammengesetzte Bleiröhren zu	1,79	0,559,
Asphaltierte Blechrohre zu	1,82	0,549,
Glas zu	1,79	0,559,
Neues Gusseisen zu	1,88	0,532,
Inkrustiertes Gusseisen zu	2,00	0,500,
Gereinigtes Gusseisen zu	1,91	0,524.

Als allgemeines, beide Bewegungsarten umfassendes Gesetz stellt er die Formel auf:

$$A\,.\,\frac{D^3}{P^2}\,I = \left(B\,\frac{D}{P}\,v\right)^n,$$

wo n den Wert 1 oder die hier angeführten Werte besitzt. Diese Formel schreibt sich auch:

$$\frac{A^{\frac{1}{n}}\,D^{\frac{3}{n}-1}}{P^{\frac{2}{n}-1}}\,I^{\frac{1}{n}} = B\,.\,v.$$

Oder, indem man $\frac{1}{n} = x$ setzt:

$$A^x \cdot \frac{D^{3x-1}}{P^{2x-1}} I^x = Bv,$$

woraus

$$v = \frac{(A\,I)^x}{B} \cdot \frac{D^{3x-1}}{P^{2x-1}}.$$

Hier ist $P = \frac{1}{T}$, $A = 67\,700000$, $B = 369{,}3$.

Also ist auch $v = \frac{(A\,I)^x}{B} D^{3x-1}\, T^{2x-1}$.

Setzt man hier $x = \frac{1}{2}$, so wird $v = \frac{\sqrt{A}}{B}\sqrt{DI}$, womit wir zur einfachen de Chézyschen Formel gelangt sind, indem der Ausdruck für T in diesem Falle verschwindet.

Derselbe bleibt überhaupt klein, so lange sich x nicht weit von $\frac{1}{2}$ entfernt.

Setzt man dagegen in obiger Formel $x = 1$, so entsteht mit $v = \frac{A}{B} D^2 I \,.\, T$ die bekannte Poiseuille'sche Formel.

Wie uns aber die vielen Formeln lehren, ist das Gesetz der Translation für die krummläufige Bewegung nicht so einfach wie die obige und so kann auch die Reynold'sche Formel nicht die ihr von ihrem Urheber zugeschriebene allgemeine Gültigkeit besitzen. Im vierten Abschnitte soll denn auch auf diese Verhältnisse, insbesondere die Veränderlichkeit der Potenzen von R und I, mit denen v variiert, zurückgegriffen werden.

Reynolds bleibt das Verdienst, uns mit dem Wesen der beiden Bewegungsarten und ihren Grenzen näher bekannt gemacht zu haben.

Merkwürdigerweise sind die Koeffizienten für die kritischen Geschwindigkeiten nach den beiden von Reynolds angewandten Methoden nicht dieselben. Nach den Versuchen an den Bleiröhren, welche den Einfluss der Änderung des Druckes auf die Geschwindigkeit zu ihrem Gegenstande hatten, liegt die kritische Geschwindigkeit bei $\frac{1}{278\,T\,.\,D}$, also weit tiefer als die bei den Versuchen mit gläsernen Röhren gefundene, welch letztere sich mit dem Verhalten eines durch die Röhrenachse fliessenden Strahls gefärbten Wassers beschäftigten und lautet $v = \frac{1}{43{,}79\,TD}$. Die Änderung des Gesetzes der Abhängigkeit vom Drucke trat bei einer niedrigeren Geschwindigkeit ein als die Wirbelbildungen.

Reynolds gibt dafür keine Erklärung. Der Verfasser glaubt eine solche im sechsten Abschnitte geben zu können.

Für Kanäle liegen in dieser Hinsicht noch keine Untersuchungen vor.

§ 8. Alle für die Bewegung des Wassers in offenen Kanälen und in Flüssen angeführten Formeln verlieren ihre Gültigkeit in dem Falle, wo solche in sog. Wildwasser im Sinne von Boussinesq übergehen. Bei den ersteren werden nämlich allfällige Bewegungshindernisse, wie Ge-schiebestücke, einfach umflossen, während bei den letzteren das Wasser gezwungen wird, in die Höhe zu steigen, d. h. sich über den Wasserspiegel zu erheben, wodurch ein bedeutender Arbeitsverlust und damit eine allgemeine Verlangsamung der Bewegung entsteht. Ist nämlich die mittlere Geschwindigkeitshöhe in einer Vertikalebene geringer als die halbe Tiefe des Flusses, so hält die Druckhöhe dieser Geschwindigkeitshöhe das Gleichgewicht. Ist dagegen die Geschwindigkeitshöhe grösser, so werden die Wasserfäden aufwärts gelenkt. Die Grenze beider Erscheinungen liegt bei

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{t}{2}, \text{ woraus } t = \frac{v^2}{g}.$$

In der Neuzeit haben sich die Methoden der Geschwindigkeitsmessungen bedeutend vervollkommnet und werden nun fast ausnahmslos Flügelapparate von grosser Präcision verwendet. Es liegen nun eine ganze Menge neuer, zuverlässiger, ja mustergültiger Messungen an Flüssen vor, so von Nazzani (47, 48) über den Tiber, Lavalé-Rapp (35) über den Rhein, Main, Donau, Inn, Lech, Salzach, Plenkner (43) an der Eger, Moldau und Sazawa, Harlacher (28—31) an der Elbe, Donau und A. Schrader an der Elbe zu Altengamm, Wagner an der Weser etc. etc., sowie besonders auch der staatlichen hydrometrischen Bureaux in Deutschland, Österreich-Ungarn, Russland, der Schweiz u. a.

Es liegt nicht in der Aufgabe dieser Arbeit, eine vollständige Geschichte der auf Erforschung der sog. Geschwindigkeitskurven (scala di velocità) gerichteten Bestrebungen, ebenso wenig einen neuen Abriss der gegenwärtigen Theorie der Wasserbewegung zu schreiben; wer näheres darüber wünscht, findet darüber viel Detail in Schlichtings „Binnengewässer" (Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften, Wasserbau I. Abtlg., 1. Hälfte, Leipzig 1892).

Vorstehendes dürfte genügen, um die Verschiedenartigkeit der Versuche, die Beziehungen der mittleren Geschwindigkeit des Wassers zu den Dimensionen und Neigungsverhältnissen der Kanäle auszudrücken, darzutun. Hier folgt nur noch eine kurze Zusammenstellung derjenigen Kurven, welche von den verschiedenen Forschern für die sog. Geschwindigkeitskurve gehalten wurden.

Nach Castelli, Baumgarten, Eytelwein, Weisbach u. a. war die Geschwindigkeitskurve eine Gerade.

Nach Raucourt, Gerstner etc. eine Ellipse.

Nach Funk (7a) eine logarithmische Kurve mit horizontaler X-Achse. Defontaine, Humphreys-Abbot und Bazin erblickten sie in einer

Parabel mit horizontaler, Lecchi, Woltmann, Sasse in einer solchen mit vertikaler Achse. Dupuit sieht in ihr eine Parabel vom n-ten Grade mit horizontaler Achse. Hagen, Lavalé-Rapp, Ringel etc. eine solche vom n-ten Grade mit vertikaler Achse. Andere schliesslich, wie Nazzani, zweifelten geradezu an der Existenz eines solchen Gesetzes der Geschwindigkeiten.

Die neuern Ergebnisse von Harlacher und Wagner zeigten, dass in vielen Fällen der grössere Teil der Kurve durch eine Parabel mit horizontaler oder vertikaler Achse dargestellt werden könne, dass aber Abweichungen von der Parabelform nicht selten vorkommen und dass namentlich an der Sohle und am Wasserspiegel derartige Abweichungen sehr gewöhnlich seien.

Alle diese Vorschläge wurden an der Hand der sehr genauen Harlacher'schen Messungen an der Elbe durch Jasmund (95, 96) einer kritischen Untersuchung unterworfen, aus welcher hervorgeht, dass die Vertikalkurve in Flüssen im Durchschnitt am meisten Ähnlichkeit hat mit einer logarithmischen Linie von der Gleichung $y = a + b \log (x + c)$, wenn die y-Achse parallel der Sohle genommen wird und y die Geschwindigkeit bedeutet.

Die Übereinstimmung mit dieser Durchschnittskurve scheint eine sehr bemerkenswerte zu sein.

Nach ihr läge der Ort der mittleren Geschwindigkeit einer Vertikalen bei $\frac{1}{e}$ der Tiefe, wo e die Basis des natürlichen Logarithmensystems bedeutet, also bei 0,368 t.

Über das Verhältnis der mittleren Geschwindigkeit zur maximalen oder zu der Oberflächengeschwindigkeit weichen die Ansichten ebenfalls sehr auseinander und wurde ein, auch nur in Annäherung gültiges Gesetz nicht gefunden. An Flüssen variiert dieses Verhältnis $\frac{v}{c}$ gewöhnlich von 0,6 bis zu 0,9.

Über die Beschaffenheit der horizontalen Geschwindigkeitskurve wissen wir noch weniger; im allgemeinen nimmt die Geschwindigkeit in der Horizontalen zu mit der Tiefe und der Entfernung vom Ufer.

Leider sind seit Bazin keine methodischen Geschwindigkeitsmessungen an ganz regelmässigen Wasserläufen mehr unternommen worden und doch war einzig von solchen eine gründliche Aufhellung dieses Wissensgebietes zu erwarten, da in Flussläufen der normale Verlauf der Geschwindigkeitskurven allzusehr durch Unregelmässigkeiten verschiedenster Art gestört wird.

Der Verfasser ist nun überzeugt, dass es ihm gelungen sei, nachzuweisen:

1. Das vollständige Gesetz der Translation des Wassers in kreisrunden Röhren und halbkreisförmigen, glatten, voll laufenden Kanälen, und zwar sowohl bezüglich der mittleren Geschwindigkeit,

wie auch der Einzelgeschwindigkeiten, immerhin nur in der Richtung des Gerinnes.

2. Ein ganz allgemein für die mittlere Geschwindigkeit in regelmässigen Kanälen, Flüssen, Strömen, kreisrunden, rechtwinkeligen und wohl auch anders geformten Röhren gültiges Gesetz.
3. Das mit dem ersten vollständig identische Gesetz für die Einzelgeschwindigkeiten am Wasserspiegel sehr schmaler und im Stromstrich sehr breiter, rechtwinkeliger offener Gerinne, sowie in den beiden, durch die Hauptachsen des Querprofils rechtwinkeliger Röhren gelegten Ebenen.
4. Eine ganz allgemeine Beziehung zwischen der in der Richtung der Röhre wirkenden Schwerkraftskomponente der sekundlichen Wassermenge und der mittleren Geschwindigkeit.

In neuester Zeit erst wurden verschiedene Stimmen laut, dass durch den sogenannten hydraulischen Radius das Profil keineswegs genügend charakterisiert sei, so durch C. K. Aird (55) in Würzburg und R. Siedek (56) in Wien, welche Thatsache auch die Untersuchungen des Verfassers bestätigen.

Siedek stellte eine mit einer sehr grossen Anzahl neuester und bester Flussmessungen recht befriedigend stimmende neue Geschwindigkeitsformel auf:

$$v_m = V' + \frac{T - T_n}{\alpha} + \frac{J - J_n}{\beta(J - J_n)} + V' \frac{T_n - T}{\gamma},$$

wo $V' = \frac{T.\sqrt{I}}{\sqrt[20]{B}\,\sqrt{0{,}001}}$; $T_n = \sqrt{0{,}0175\,B - 0{,}0125}$

$J_n = 0{,}0010222 - 0{,}00000222\,B$

T die mittlere Tiefe $= \frac{F}{B}$

B die Breite

α und β Koeffizienten bedeuten.

Eine Besprechung dieser Formel findet sich in Zeitschr. f. Gewässerkunde 1901 von Prof. Dr. Gravelius.

II. Abschnitt.

Ableitung des Fundamental-Bewegungs-Gesetzes.

§ 9. In jedem beliebigen Kanale entspricht einem bestimmten sekundlichen Durchflussquantum eine gewisse Wasserstandshöhe und eine bestimmte mittlere Geschwindigkeit. Diese letztere zu bestimmen als eine einfache Funktion des Durchflussquantums, des Gefälles und der Profilform war der

ursprüngliche Zweck dieser Untersuchungen, der dann, als sich daraus ein höchst einfaches Gesetz entwickelte, erweitert wurde, um überhaupt das Gesetz der Translation in cylinderflächigen Gerinnen aufzufinden.

Zur Untersuchung dienten mir vorerst die rechtwinkeligen Kanäle von Bazin (24) aus Brettern, indem solche die mannigfachsten Verhältnisse darbieten. Für meinen Zweck eigneten sich die Bazin'schen Versuche in vorzüglicher Weise, indem sich bei ihnen durch alle Versuchsreihen hindurch stets die gleichen Durchflussmengen wiederholen. Ich ging dabei von der Ansicht aus, dass man, um die Gesetze der Bewegung des Wassers zu studieren, von möglichst einfachen Verhältnissen ausgehen soll, d. h. von solchen, bei welchen die jedenfalls nicht so einfachen Bewegungen möglichst frei von allerlei Zufälligkeiten vor sich gehen.

Ich griff nun zuerst die Serie 7 mit einem Gefälle von 4,9 ‰ heraus und liess darin nur das Q variieren. Jch fand nun, dass sich v genau mit der 3. Wurzel aus den betreffenden Durchflussmengen änderte. Das Gleiche fand ich an den Reihen 18, 19, 20 und 28. Es ging daraus der Satz hervor:

1. In rechtwinkeligen Kanälen verhalten sich unter sonst gleichen Verhältnissen die Geschwindigkeiten wie die 3. Wurzeln aus den Durchflussmengen.

Alsdann nahm ich die Versuchsreihen 6, 7 und 8, 9, 10 und 11 hervor, wo die Breite der betreffenden Kanäle nur zwischen 1,982 und 1,990 variierte und liess nach den Bazin'schen Resultaten bei den verschiedenen Neigungen von 1,5, 3,08, 4,9, 5,9, 8,24 ‰ gleiche Durchflussmengen strömen. Es zeigte sich, dass v die Geschwindigkeit, auch mit der 3. Wurzel aus den betreffenden Gefällen variierte, d. h.

2. In rechtwinkeligen Kanälen gleicher Breite, Rauheit und gleichen sekundlichen Durchflussmengen verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die 3. Wurzeln aus den betreffenden Neigungen.

Aus Satz 1 und 2 ergibt sich mit Notwendigkeit das Gesetz:

3. In rechtwinkeligen Kanälen gleicher Breite, aber von verschiedenen Durchflussmengen durchflossen und mit verschiedenen Neigungen, verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die 3. Wurzeln aus dem Produkten von Q I, oder mit anderen Worten:

   Die Gewichtskomponenten der sekundlichen Durchflussmengen, in der Richtung der Translation genommen, verhalten sich wie die Kuben der mittleren Geschwindigkeit.

   Oder auch: Der Quotient aus der Geschwindigkeit dividiert durch die 3. Wurzel aus dem Produkte Q I ist für gleiche Breite eine Konstante, d. h. $k_0 = \frac{v}{\sqrt[3]{Q\,I}}$.

Nun wurde aus den genannten Versuchsreihen für eine gegebene durchschnittliche Breite von 1,986 dieses durchschnittliche k berechnet, desgleichen für die Versuchsreihen:

	Nr. 18,	19,	20,	28 und	29
mit Breiten von	1,197 m,	0,800 m,	0,480 m,	0,100 m,	0,100 m

und untersucht, in welchem Abhängigkeitsverhältnis dieser Quotient $\frac{v}{\sqrt[3]{QI}}$ zu dem benetzten Umfange oder der Breite stehe.

Merkwürdigerweise fand eine solche Abhängigkeit nicht, wie erwartet, mit Bezug auf den benetzten Umfang, sondern mit der Breite statt und zwar war dieser Quotient ko genau proportional der 4. Wurzel aus dieser Grösse. Ich konnte nun die Fundamental-Formel aufstellen.

$$v = \frac{k_1}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{Q\,I}.$$

Statt B führte ich nun dieselbe Breite ein, um später röhrenförmige, geschlossene Profile besser mit den Kanälen vergleichen zu können.

Setzt man ferner in obiger Formel $Q = F\,v$, so wird

$$v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{F\,I} \text{ und durch Substitution von } F = 2\,B\,H$$

$$\text{wird } v = \sqrt{2\,k^3}\ \sqrt{H\,I}\ \sqrt[8]{B},$$

welche Relationen ihrer Einfachheit halber mir sofort als ein gefundenes Naturgesetz erschienen, um so mehr, als die letzte derselben in der Grösse $\sqrt{H\,I}$ der *de Chézy*schen Form ähnlich ist.

Ich prüfte nun die ursprüngliche Form mit $\sqrt[3]{Q\,I}$ an allen mir damals zugänglichen Messungen und fand, dass dieses Gesetz merkwürdigerweise nicht nur für rechtwinkelige, sondern auch für alle möglichen Kanäle und Flüsse, selbst für den Mississippi gelte. In allen diesen Fällen blieb der

Quotient $k = \frac{v \,.\, \sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{Q\,I}}$ für einen und denselben Rauhigkeitsgrad konstant

In nachstehender Tabelle finden sich diese k berechnet für die Kanäle aus Brettern von *Bazin*, der verschiedensten Pròfilformen, Breiten und Gefälle. Für andere Rauhigkeitsgrade liefert die im Anhange dieser Schrift befindliche allgemeine Koeffizienten-Tabelle den Nachweis der Richtigkeit dieser Formel.

Kanal	Nr.	Profil	B	I	Q	QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v \cdot \sqrt[4]{B}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$	k per Reihe
Bazin, fein gehobelt	28	Recht-eckig	0,050	0,0047	0,000298	0,00000140	0,0112	0,473	0,273	0,129	11,52	11,48
„ „ „	„	„	„	„	0,000916	0,00000430	0,0163	„	0,395	0,187	11,47	
„ „ „	„	„	„	„	0,001625	0,00000763	0,0197	„	0,481	0,228	11,57	
„ „ „	„	„	„	„	0,003120	0,00001466	0,0245	„	0,592	0,280	11,43	
„ „ „	„	„	„	„	0,004308	0,00002046	0,0272	„	0,658	0,311	11,43	
„ „ „	29	„	„	0,0152	0,000639	0,00000971	0,0213	„	0,571	0,270	12,67	12,55
„ „ „	„	„	„	„	0,001240	0,00001885	0,0266	„	0,701	0,332	12,48	
„ „ „	„	„	„	„	0,001955	0,00002972	0,0310	„	0,818	0,387	12,48	
„ „ „	„	„	„	„	0,002706	0,00004112	0,0345	„	0,914	0,432	12,52	
„ „ „	„	„	„	„	0,004453	0,00006774	0,0408	„	1,086	0,514	12,60	
Bretter, gewöhnlich	6	Recht-winklig	0,995	0,00208	0,100	0,000208	0,0593	0,998	0,635	0,634	10,69	11,30
„ „	„	„	„	„	0,168	0,001285	0,109	„	1,259	1,255	11,51	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,002142	0,129	„	1,487	1,480	11,43	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,002570	0,137	„	1,587	1,584	11,56	
„ „	7	„	„	0,0049	0,100	0,00049	0,0788	0,999	0,826	0,825	10,47	11,54
„ „	„	„	„	„	0,618	0,00303	0,145	„	1,711	1,709	11,79	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,00505	0,172	„	2,045	2,043	11,93	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,00607	0,182	„	2,179	2,177	11,96	
„ „	8	„	„	0,00824	0,100	0,000824	0,0938	„	1,074	1,063	11,33	11,83
„ „	„	„	„	„	0,618	0,005092	0,172	„	2,053	2,051	11,92	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,00849	0,204	„	2,447	2,445	11,98	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,010185	0,216	„	2,612	2,609	12,08	
„ „	9	„	0,9915	0,0015	0,100	0,000150	0,0531	0,998	0,548	0,547	10,30	11,17
„ „	„	„	„	„	0,618	0,000927	0,0975	„	1,106	1,104	11,32	
„ „	„	„	„	„	1.030	0,001545	0,116	„	1,343	1,340	11,55	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,001854	0,123	„	1,420	1,417	11,52	
„ „	10	„	0,9935	0,0059	0,100	0,00059	0,0839	0,999	0,910	0,909	10,83	11,74
„ „	„	„	„	„	0,618	0,00365	0,154	„	1,847	1,845	11,98	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,00608	0,183	„	2,206	2,204	12,04	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,00729	0,194	„	2,349	2,347	12,10	
„ „	11	„	0,991	0,00839	0,100	0,000839	0,0943	0,998	1,080	1,078	11,43	11,97
„ „	„	„	„	„	0,618	0,005185	0,173	„	2,100	2,096	12,11	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,008642	0,205	„	2,495	2,490	12,15	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,010370	0,218	„	2,664	2,659	12,20	
„ „	18	„	0,5985	0,0049	0,100	0,00049	0,0788	0,880	1,026	0,903	11,46	11,36
„ „	„	„	„	„	0,618	0,00303	0,145	„	1,907	1,678	11,57	
„ „	„	„	„	„	1,030	0,00505	0,172	„	2,195	1,932	11,23	
„ „	„	„	„	„	1,236	0,00607	0,182	„	2,313	2,035	11,18	

Kanal	Nr.	Profil	B	I	Q	Q I	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v \cdot \sqrt[4]{B}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$	k pro Reihe
Bretter, gewöhnlich	19	Recht-eck	0,400	0,0043	0,054	0,0002322	0,0615	0,796	0,868	0,691	11,23	11,15
„ „	„	„	„	„	0,100	0,0004300	0,0755	„	1,059	0,843	11,17	
„ „	„	„	„	„	0,618	0,002657	0,139	„	1,898	1,510	11,44	
„ „	„	„	„	„	0,721	0,003100	0,146	„	1,974	1,581	10,76	
„ „	20	„	0,240	0,0060	0,054	0,0003240	0,0687	0,700	1,087	0,761	11,08	10,76
„ „	„	„	„	„	0,100	0,0006000	0,0843	„	1,290	0,903	10,71	
„ „	„	„	„	„	0.203	0,001218	0,107	„	1,602	1,121	10,48	
„ „	21	Trapez	0,622	0,0015	0,100	0,0001500	0,0532	0,888	0,730	0,648	12,18	12,23
„ „	„	„	0.691	„	0,203	0,0003045	0,0673	0,940	0,892	0,838	12,45	
„ „	„	„	0,868	„	0,618	0,0009270	0,0975	0,965	1,228	1,185	12,15	
„ „	„	„	0,989	„	1,030	0,001545	0,116	0,998	1,415	1,412	12,17	
„ „	„	„	1,040	„	1,236	0,001854	0,123	1,010	1,485	1,500	12,19	
„ „	22	„	0,565	0,0049	0,100	0,00049	0,0788	0,867	1,090	0,945	11,99	12,68
„ „	„	„	0,614	„	0,203	0,00099	0,0997	0,885	1,436	1,271	12,75	
„ „	„	„	0,755	„	0,618	0,00303	0,145	0,932	1,985	1,850	12,76	
„ „	„	„	0,864	„	1,030	0,00505	0,172	0,964	2,308	2,225	12,94	
„ „	„	„	0,912	„	1,236	0,00607	0,182	0,977	2,416	2,360	12,87	
„ „	23	Drei-eck	0,282	0,0049	0,100	0,00049	0,0788	0,729	1,258	0,917	11,64	11,92
„ „	„	„	0,364	„	0,203	0,00099	0,0997	0,777	1,531	1 190	11,93	
„ „	„	„	0,473	„	0,411	0,002013	0,126	0,829	1,837	1,523	12,08	
„ „	„	„	0,555	„	0,618	0,00301	0,145	0,863	2,008	1,733	11,95	
„ „	„	„	0,620	„	0,824	0,00404	0,159	0,887	2,143	1,901	11,96	
„ „	„	„	0,676	„	1,030	0,00505	0,172	0,907	2,257	2,047	11,90	
„ „	„	„	0,723	„	1,236	0,00607	0,182	0,922	2,363	2,181	11,98	
„ „	26	Halb-kreis	0,390	0,0015	0,100	0,000150	0,0531	0,791	0,795	0,629	11,84	12,26
„ „	„	„	0,450	„	0,203	0,000304	0,0672	0,819	0,984	0,806	11,98	
„ „	„	„	0,660	„	0,618	0,000927	0,0975	0,901	1,374	1,238	12,69	
„ „	„	„	0,695	„	1,030	0,001545	0,116	0,913	1,579	1,442	12,42	
„ „	„	„	0,700	„	1,236	0,001854	0,123	0,915	1,660	1,519	12,35	

§ 10. Beim Untergang von den rechtwinkeligen zu den trapezförmigen, dreieck- und halbkreisförmigen Gerinnen sehen wir ein schwaches Zunehmen des Koeffizienten k. Am meisten fällt dies auf bei den trapezförmigen, dann auch bei den halbkreisförmigen, weniger bei den dreieckigen Kanälen. Während der mittlere Koeffizient aus sämtlichen Bazin'schen Bretterkanälen 11,73, bei den gehobelten 12,01 beträgt, steigt er bei den dreieckigen auf

11,78, den halbkreisförmigen auf 12,26 und den trapezförmigen auf 12,45. Die Erklärung hierfür schien nicht weit zu liegen, da anzunehmen war, dass in Profilen von wechselnder Breite in der Formel $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{QI}$ für B das arithmetische Mittel aus sämtlichen $\sqrt[4]{B}$ des ganzen Profils der Wahrheit näher sei.

Letzteres Mittel ist nun gleich $\frac{1}{H}\int_0^H \sqrt[4]{B}$ d. h., wo B eine Konstante (bei rechteckigen Gerinnen) oder eine Funktion der Tiefe h ist; im Dreieckprofil ist z. B. $B = ah$.

Dieser Wert in obigen Ausdruck eingesetzt, gäbe einen Mittelwert für

$$\sqrt[4]{B} \text{ gleich } \frac{1}{H}\int_0^H \sqrt[4]{ah}\,.\,dh = \frac{4}{5}\sqrt[4]{aH}\,.$$

Da in dem Bazin'schen Versuche $a = 1$ und $H = B$ war, so wäre der Mittelwert für die verschiedenen $\sqrt[4]{B}$ gefunden zu $\frac{4}{5}\sqrt[4]{B}$ und der neue Koeffizient wäre $ko = \frac{4\,v\,.\,\sqrt[4]{B}}{5\,.\,\sqrt[3]{QI}} = \frac{4}{5}\,k = \frac{4}{5}\,.\,11{,}78 = 9{,}42$, ein Resultat, das viel schlechter mit dem an rechtwinkligen Bretterkanälen gefundenen Koeffizienten 11,43 übereinstimmt, als der unter einfacher Anwendung der Oberflächenbreite zu 11,78 gefundene. Da nun letzterer gerade bei der Dreieckform am schlechtesten stimmen sollte, wo der Unterschied zwischen Oberflächen- und Sohlenbreite der grösstmögliche ist, so muss angenommen werden, dass allgemein unter dem Ausdruck $\sqrt[4]{B}$ wirklich die 4. Wurzel aus der halben Oberflächenbreite zu verstehen ist und dass die gefundenen Differenzen von k ihre Entstehung zufälligen verschiedenen Rauheiten der betreffenden Gerinne verdanken.

Um aber über diesen Punkt ein sicheres Urteil fällen zu können, wurden noch diejenigen der Versuche von Dubuat (2), beigezogen, welche deren Urheber als gelungen bezeichnet. Es sind dies 14 Versuche an einem trapezförmigen Kanal verschiedener Neigung und von 0,1565 m Sohlenbreite, sowie 3 Versuche an einem rechtwinkligen Kanal von 0,467 m Breite. Bei ersterem besassen die Seitenwandungen eine Neigung gegen den Horizont von 36½ Grad. Diese Versuche wurden vom französischen Zoll in Metermass umgerechnet und es mussten ferner die Breiten berechnet werden, was nach der Formel: $B = \frac{F}{t} - b$ geschah.

Nr.	Form.	I	t	F	B	Q	v	$\sqrt[4]{B}$	1000 Q I	$\sqrt[3]{QI}$	$\frac{v \cdot \sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$	k im Durchschnitt
A	Trapez	0,00472	0,0586	0,01381	0,1572	0,01028	0.746	0,6294	0,0485	0,03646	12,86	
B	„	„	0,1263	0,03705	0,2152	0,02903	0,784	0,6810	0,1370	0,05155	10,35	
C	„	0,00243	0,1624	0,06110	0,2980	0,04496	0,733	0,7388	0,1092	0,04780	11,31	
D	„	„	0,0768	0,01992	0,1815	0,00988	0,495	0,6520	0,0240	0,02884	11,18	
E	„	0,00234	0,0993	0,02883	0,2123	0,01585	0,550	0,6810	0,0385	0,03377	11,08	
F	„	„	0,1182	0,03698	0,2478	0,02240	0,606	0,7052	0,0545	0,03790	11,26	
G	„	„	0,1263	0,04136	0,2492	0,02635	0,638	0,706	0,0641	0,04000	11,25	11,56
H	„	0,00231	0,1825	0,07380	0,3260	0,05706	0,773	0,755	0,1318	0,0509	11,45	
I	„	„	0,2029	0,08770	0,3536	0,07160	0.817	0,773	0,1654	0,0548	11,51	
K	„	„	0,2141	0,0958	0,3688	0,0828	0,864	0,779	0,1912	0,0576	11,68	
L	„	„	0,2188	0,0992	0,3745	0,0874	0,882	0,781	0,2018	0,0578	11,74	
M	„	0,000579	0,0632	0,01526	0,1631	0,003698	0,242	0,635	0,00214	0,01259	12,20	
N	„	„	0,0904	0,02534	0,2008	0,006630	0,263	0,669	0,00384	0,01566	11,23	
O	„	„	0,1038	0,03085	0,2181	0,01029	0,334	0,683	0,00596	0,01813	12,57	
P	Rechteck	0,002185	0,05418	0,02528	0,2335	0,01385	0,548	0,6943	0,0302	0,0311	12,23	
Q	„	„	0,1353	0,06320	„	0,04844	0,766	„	0,1056	0,04727	11,24	
R	„	0,00108	0,05418	0,02534	„	0,00930	0,367	„	0,01004	0,02154	11,82	
S	„	0,0007088	0,05536	0,02580	„	0,00643	0,249	„	0,00456	0,01658	10,42	
T	„	„	0,08130	0,03790	„	0,01243	0,328	„	0,00881	0,02066	11,02	11,03
V	„	„	0,1195	0,05580	„	0,02142	0,384	„	0,01518	0,0247	10,80	
X	„	„	0,1612	0,07536	„	0,03172	0,421	„	0,02249	0,0280	10,52	
Y	„	0,0001077	0,1183	0,05056	„	0,00629	0,124	„	0,000678	0,08783	9,81	
Z	„	„	0,2436	0,1136	„	0,01758	0,154	„	0,001893	0,01237	11.57	

Wie wir sehen, variiert der Koeffizient vom Trapez zum Rechteck nur von 11,56 bis zu 11,03, d. h. mit einer Differenz von 0,53 Einheiten, oder 4,7 %, also mit einem Unterschied, der viel geringer ist, als die innert der betreffenden Profilformen, mit im Maximum 1,51 beim Trapez und 2,42 beim Rechteck betragenden Schwankungen. Unsere Behauptung, das B bedeute die halbe Oberflächenbreite, gewinnt dadurch wesentlich an Sicherheit.

Es war nun von unmittelbarem Interesse zu wissen, ob das gefundene Fundamentalgesetz auch auf grössere Wasserläufe, wie z. B. den Mississippi angewendet werden dürfe.

Zu dem Ende ermittelte ich an Bazin's trapezförmigem Kanale in Erde mit wenig Kräutern, Nr. 49, von einer Breite von 3—4 m an der Oberfläche, den zugehörigen Geschwindigkeitskoeffizienten und fand ihn gleich 7,76. Am Mississippi dagegen erhielt ich als Mittel aus den 6 bei Columbus und Vicksburg vorgenommenen Messungen für diesen Koeffizienten die Zahl 7,97, am Ohio 7,55. Die Koeffizienten für die 4 Messungen bei Carrollton, am Beginn des Delta, stimmten damit nicht überein, sondern waren höher, von 9,27

bis 13,01 variierend. An letzterer Stelle befand sich aber der Strom ganz im Stau des Meeres, von dem es durch eine 100 Fuss und darüber hohe Barre getrennt war, hatte ein sehr schwaches Oberflächengefälle, z. B. nur 4 mm per Kilometer, dagegen ein viel stärkeres Sohlengefälle und eine sehr bedeutende Tiefe, wodurch die Tiefenschwimmer keine ganz zuverlässigen Resultate ergeben konnten. Sieht man von dieser Messung an ganz abnormer Stelle ab, so stimmen die Koeffizienten auf dieser kolossalen Strecke mit den sehr verschiedenartigen Flussgrund- und Profilverhältnissen, nur von 7,23 bis 8,73 variierend, sehr gut mit den an Bazin's ausserordentlich viel kleineren Kanal gefundenen überein. Wenn man den Mississippi nach meiner Formel mit dem Koeffizienten von Bazin's Kanal Nr. 49 berechnen würde, so betragen die grössten Differenzen nur 9% der wirklich gemessenen Geschwindigkeit.

Es wurden nun in der im Anhange beigegebenen Koeffiziententabelle die Gerinne gleichartiger Rauhigkeit zusammengestellt und beobachtet, dass sich eine sehr schöne Übereinstimmung der betreffenden Koeffizienten verfolgen liess. Die allgemeine Formel $v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt[8]{QI}$ lässt sich nun noch einigermassen vereinfachen, wenn man statt F das ihm gleiche Produkt $2 B \tau$ einführt, wo τ die mittlere Tiefe des Kanals bedeutet. Dadurch entsteht die abgeleitete Form $v = \sqrt{2k^3} \sqrt{\tau I} \sqrt[8]{B}$, welche ebenso allgemeine Gültigkeit besitzt wie die Fundamentalformel.

Diese Allgemeinheit des Gesetzes veranlasste mich, zu untersuchen, ob sie sich auch auf Röhren ausdehnen lasse. Da wir für solche eine sehr gute und einfache Interpolationsformel besitzen, wie die von Darcy, so wurde vorgängig anderer Untersuchungen meine Formel an dieser geprüft.

Im Anhange des Werkes von Darcy „Recherches expérimentales“ (58) findet sich eine Tabelle berechnet nach seiner Formel:

$$RI = \left(0{,}000507 + \frac{0{,}00000647}{R}\right) v^2.$$

Nachstehender Auszug aus dieser Tabelle zeigt uns für die Durchmesserklassen von 1 cm, 5 cm, 10 cm, 30 cm und 50 cm die zugehörigen v, Q und I, aus welchen Grössen nun der Koeffizient k meiner Formel in den verschiedenen Positionen berechnet wurde.

Berechnung des Koeffizienten k der Fundamentalformel aus der Darcy'schen Tabelle für Röhren.

D	R	$\sqrt[4]{R}$	1000 Q	1000 I	1000000 Q I	$100 \times \sqrt[3]{QI}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{QI}}$	1000 Q	1000 I	1000000 Q I	$100 \times \sqrt[3]{QI}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{QI}}$	1000 Q	1000 I	1000000 Q I	$100 \times \sqrt[3]{QI}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{QI}}$	1000 Q	1000 I	1000000 Q I	$100 \times \sqrt[3]{QI}$	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{QI}}$
			$v = 0,10$					$v = 0,50$					$v = 1,00$					$v = 3,00$				
0,01	0,005	0,266	0,008	3,602	0,0288	0,307	8,67	0,039	90,05	3,512	1,52	8,75	0,079	360,20	28,456	3,05	8,72	0,236	324,18	765,065	9,15	8,72
0,05	0,025	0,398	0,196	0,306	0,0600	0,391	10,17	0,982	7,658	7,520	1,96	10,15	1,964	30,632	60,161	3,92	10,15	5,891	275,69	1624,09	11,75	10,16
0,10	0,050	0,473	0,785	0,127	0,0997	0,464	10,19	3,927	3,182	12,496	2,33	10,15	7,854	12,728	99,981	4,64	10,19	23,562	114,55	2698,80	13,92	10,19
0,30	0,150	0,622	7,069	0,037	0,2616	0,639	9,73	35,343	0,917	32,410	3,19	9,75	70,686	3,6675	259,24	6,38	9,75	212,06	33,01	7000,10	19,13	9,75
0,50	0,250	0,707	19,635	0,021	0,4123	0,744	9,50	98,175	0,533	52,327	3,74	9,45	196,350	2,131	418,42	7,48	9,45	589,05	19,18	11297,98	22,44	9,45
Summa:							48,26					48,25					48,26					48,27.

Wie ersichtlich, stimmen in dieser Tabelle die Werte von k für gleiches R überaus schön überein und trägt also die Darcy'sche Formel der Forderung: $\frac{v}{\sqrt[3]{QI}}$ = konstant, sehr gut Rechnung. In vertikaler Richtung sieht man, dass die Werte von k für mittlere Durchmesser etwas zu gross werden und es gibt die Darcy'sche Formel die Abhängigkeit von R nicht ganz richtig an. Im ganzen ist die Übereinstimmung eine sehr befriedigende und ein Beweis für die allgemeine angenäherte Übereinstimmung der Resultate meiner und der Darcy'schen Formel.

Es wurden nun die Werte für k′ direkt aus den Messungen selbst abgeleitet und die Resultate in der erwähnten Koeffizientenberechnungstabelle (s. Anhang) zusammengestellt. Es ergab sich auch hier die schönste Übereinstimmung zwischen den k der einzelnen Rauhigkeitsgrade.

Aus der vorstehenden Tabelle berechnete sich das mittlere k zu 9,65, während dieser Koeffizient an den Bretterkanälen zu ca. 12 gefunden wurde und die Rauhigkeit des reinen Gusseisens (nach Darcy) doch unmöglich so sehr von derjenigen der Bretter Bazin's abweichen kann. Es fehlt somit noch eine Beziehung zwischen den Geschwindigkeitskoeffizienten an Kanälen und Röhren. Leider fehlen Messungen, an kreisrunden Kanälen und Röhren desselben Materials vorgenommen, vollständig. Wir besitzen meines Wissens in der Literatur keine einzige Messung eines halbkreisförmigen Kanals aus irgend einem Metall, Asphalt oder Glas, noch einer kreisförmigen Röhre aus Zement, Brettern, Quadern etc., wonach die Koeffizientenreihen für Kanäle und Röhren mit einander identifiziert werden könnten. Wir müssen zu diesem Zwecke zu einer Annahme greifen. Die einfachste und selbstverständlichste ist wohl die, dass wir voraussetzen, eine Röhre und ein halbkreisförmiger Kanal aus demselben Material, mit dem gleichen Radius, hätten unter sonst auch gleichen Bedingungen (Gefälle, Temperatur) gleiche mittlere Geschwindigkeiten. Wir dürfen dies annehmen, weil in beiden Gerinnen das Verhältnis des Durchflussprofils zum benetzten Umfange dasselbe ist, die Geschwindigkeit in beiden von gleichen Funktionen abhängt, und ausserdem beide Gerinne gleiche Breite und Form haben. Ist sonach in einem halbkreisförmigen Kanal die Geschwindigkeit $v = \frac{k}{\sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{QI}$, so beträgt sie in einem vollständigen Rohr nach unserer Annahme:

$$v = \frac{k}{\sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{\frac{QI}{2}} = \frac{k}{\sqrt[3]{2}\ \sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{QI}.$$

Da wir an Brettern k gefunden haben zu 12, so wurde im Rohre

$$v = \frac{12}{\sqrt[3]{2}\ \sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{QI} = \frac{9{,}53}{\sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{QI}.$$

Der Koeffizient 9,53 stimmt nun sehr gut mit dem an den Darcy'schen Röhren gefundenen Koeffizienten 9,65 überein, so gut, als man es bei der Verschiedenheit des Materials nur erwarten durfte.

Um einen sicheren Vergleich zu haben zwischen den Koeffizienten einer Röhre, wenn einmal voll und unter Druck, das andere Mal nur teilweise gefüllt, als Kanal fliessend, stellte ich nachstehende Versuche an einer galvanisierten Röhre von 4,06 cm Durchmesser und 2,55 m Länge an.

Verwendung des Rohres	H	I	Q	QI	$\sqrt[3]{QI}$	v	B	$\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$	$\frac{v.\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}}$	k
1. Als Druckleitung											
	0,0203	0,01422	0,000877	0,00000623	0,01840	0,677	0,0203	0,3774	—	13,87	13,57
	—	0,01005	0,000691	0,00000694	0,01514	0,533	"	"	—	13,28	"
2. Als offener Kanal											
	0,0105	0,0387	0,00019	0,000007354	0,01944	0,733	0,01735	0,03622	13,65	—	"
	0,0190	0,0384	0,00060	0,00002304	0,02840	1,021	0,01980	0,03749	13,47	—	"

Wir sehen in der Tat auch hier ein sehr schönes Übereinstimmen der beidseitigen Koeffizienten.

In Abschnitt V § 24 werden wir weiter erfahren, wie im glatten halbkreisförmigen Gerinne die Verteilung der Geschwindigkeiten genau dieselbe ist, wie in dem entsprechenden kreisförmigen Rohre. Ebenso wird in Abschnitt II § 15 gezeigt, dass auch im rechtwinkligen Kanal genau die Hälfte Wasser fliesst, wie in einem rechtwinkligen Rohre von doppeltem Querschnitt. Es wird also obige Annahme auch durch diese beiden Tatsachen befestigt.

Ein Durchgehen der Koeffiziententabelle zeigt uns nun, dass das gefundene Gesetz $v = \frac{k}{\sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{QI}$ für offene Kanäle beliebiger Form und Grösse und auch für kreisrunde Röhren, wenn man statt Q dessen Hälfte setzt, allgemeine Gültigkeit hat. Den Koeffizienten k dürfen wir aber nicht als den Reibungs- oder Rauhigkeitskoeffizienten benennen, da er mit wachsender Rauheit abnimmt, er ist eher ein Ausdruck für die Glätte; nennen wir ihn darum einfach Geschwindigkeitskoeffizient, analog dem Koeffizienten φ in der Formel $v = \varphi \sqrt{2gh}$ für den Ausfluss aus dünner Wand.

§ 11. Um nun den Nachweis zu leisten, dass die nach der Formel $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{QI}$ berechneten Geschwindigkeiten mit den wirklich gemessenen übereinstimmen, so müsste vorerst der für jeden Rauhigkeitsgrad geltende mittlere Koeffizient k und dann mit demselben und letzterer Formel die Geschwindigkeiten berechnet werden. Die Differenz beider ergäbe den Fehler, den man bei Anwendung meiner Formel begehen würde und den prozentualischen Fehler erhielte man durch Division der gefundenen Differenz durch die wirklich gemessene Geschwindigkeit.

Wir können aber den Weg abkürzen, indem wir diese Vergleichung direkt mit den Geschwindigkeitskoeffizienten vornehmen, denn letztere sind direkt proportional der Geschwindigkeit selbst, also auch ihre Differenzen proportional den Differenzen der gemessenen und berechneten Geschwindigkeiten. Wir brauchen sonach bloss die prozentualischen Fehler des k gegenüber dem Durchschnittswerte von k einer Rauheitskategorie auszurechnen, um den prozentualischen Fehler zu erhalten, der begangen würde, wenn wir nach obiger Fundamentalformel und dem Durchschnittskoeffizienten k die Geschwindigkeiten berechnen würden.

Die Werte von $\frac{k - k_1}{k} = 1 - \frac{k_1}{k}$ sind in der letzten Kolonne der Koeffiziententabelle des Anhangs angegeben und sie bewegen sich bei den Kanälen mit unveränderlichen Wandungen innerhalb eines sehr engen Rahmens um den Durchschnittswert herum.

Wie verhält sich nun die neue Formel gegenüber der de Chézy'schen Form $v = c \cdot \sqrt{RI}$?

Die zweite Formel heisst: $v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{FI}$. Setzen wir darin $F = R\,p$, so wird $v = \sqrt{k^3} \sqrt[8]{\frac{p^4}{B^3}} \sqrt{RI} = \sqrt{k^3} \sqrt[8]{B} \sqrt{\frac{p}{B}} \sqrt{RI}$.

Das de Chézy'sche c wird also durch den Ausdruck $\sqrt{k^3} \sqrt[8]{B} \cdot \sqrt{\frac{p}{B}}$ gebildet.

An dieser Stelle sei jedoch auf einen weiteren grundsätzlichen Unterschied zwischen meiner Formel und den an die de Chézy'sche Form angelehnten Interpolationsformeln aufmerksam gemacht, für den Fall, dass die Breite eines Gerinnes unendlich gross wird.

Meine Formel liefert dann nämlich einen unendlich grossen Wert für die Geschwindigkeit; man kann also durch blosse Verbreiterung eines Kanals die Geschwindigkeit beliebig vergrössern. Nach den auf der de Chézy'schen

aufgebauten Formeln (Bazin, Ganguillet etc. etc.) nähert sich bei konstanter Wassertiefe, aber zunehmender Breite, die Geschwindigkeit immer mehr einem Grenzwert, den sie nicht überschreiten kann. So wird z. B. im rechtwinkligen Gerinne $R = \frac{b\,t}{b + 2t}$ im Falle $b = \infty$ zu $R = t$, da dieser Quotient sich auch schreiben lässt: $R = \frac{t}{1 - 2\frac{t}{b}}$

In der Koeffiziententabelle finden sich nun zuerst die Messungen an den festen Kanälen Bazins', sodann eine grössere Anzahl vorwiegend älterer aber doch zuverlässiger Messungen an natürlichen Flussläufen. An diesen wurde nun die Formel $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}}\sqrt[3]{QI}$ geprüft. Anschliessend an diese Tabellen folgen Messungen neuester Zeit, meist der Schrift von Siedek (56) entnommen, an welchen die abgeleitete Formel $v = \sqrt{2k^3} \cdot \sqrt{tI}\,\sqrt[4]{B}$ geprüft wurde, wo $\sqrt{2k^3} = m$ gesetzt wurde. Hier beobachten wir nun ein bedeutendes Schwanken des Koeffizienten m, also der Rauhigkeit der Flusssohle, welches uns veranlasst, näher auf diese Unregelmässigkeiten einzutreten, was im IV. Abschnitt geschehen soll.

III. Abschnitt.

Anwendung des gefundenen Fundamentalgesetzes auf die verschiedenen Profilformen.

Des Verfassers Versuche an rechtwinkligen Röhren.

§ 12. Aus der zweiten Fundamentalformel $v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[4]{B^3}}\sqrt{FI}$ lassen sich nun für die verschiedenen Profilformen Spezialformeln ableiten. So gilt

1. für den rechtwinkligen Kanal: $v = \sqrt{2k^3}\,\sqrt{HI} \cdot \sqrt[4]{B}$
2. für den trapezförmigen Kanal: $v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[4]{B^3}}\sqrt{HI(B-b)}$
3. für den dreieckigen Kanal: $v = \sqrt{k^3}\,\sqrt{HI} \cdot \sqrt[4]{B}$
4. für den halbkreisförmigen Kanal und die kreisförmige Röhre:

$$v = \sqrt{\frac{k^3\pi}{2}}\sqrt{RI}\,\sqrt[4]{R}$$

5. für den schalenförmigen Kanal (Kreissegment)

$$v = \frac{\sqrt{\frac{k^3\pi}{2}}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{HI\frac{3\,H^2 + 16\,B^2}{12\,B}},$$

annäherungsweise, da $F = \frac{H^3}{4B} + \frac{4\,H\,B}{3}$, ebenfalls näherungsweise.

6. für das parabelförmige Profil, wo

$$B = \sqrt[n]{pH} \text{ und } F = 2\sqrt[n]{p} \cdot \frac{n}{n+1} H^{\frac{n+1}{n}} = \frac{2\,n}{n+1} \cdot \frac{B^{n+1}}{p^n} \text{ wird}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,n\,k^3}{n+1}} \sqrt{HI}\,(p\,H)^{\frac{1}{8n}} = \sqrt{\frac{2\,n\,k^3}{n+1} I \left(\frac{B}{p}\right)^{\frac{n}{2}} B^{\frac{1}{8}}}$$

$$\text{für } n = 2 \text{ wird } v = \sqrt{\frac{4}{3}k^3} \sqrt{HI}\,(p\,H)^{\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{4}{3}k^3 I \cdot \frac{B^{\frac{9}{8}}}{p}}$$

Alle diese Fälle schliesst die allgemeine Formel in sich:

$$v = \sqrt{2k^3} \sqrt{\tau I} \sqrt[8]{B}$$

Es schien nun, aus der allgemeinen Anwendbarkeit der Fundamentalformel zu schliessen, dass solche auch für alle möglichen Röhrenprofile passe. Leider fehlen meines Wissens in der Literatur Geschwindigkeitsmessungen an andern als kreisförmigen Röhren fast ganz. Einzig für die rechtwinklige Form gibt Bazin für 2 Röhren von 0,80/0,50 und 0,48/0,30 Breite und Höhe (Serie 51 und 52) mit 3 verschiedenen Durchflussmengen die betreffenden Geschwindigkeiten an. Leider ist in beiden Versuchen das Verhältnis $\frac{B}{H}$ dasselbe, so dass das Material zur Durchprüfung meines Geschwindigkeitsgesetzes nicht hinreicht. Es mussten daher neue Versuche angestellt werden. Da es mir mittlerweile geglückt, das Gesetz der Translation in kreisförmigen Röhren für jeden beliebigen Punkt des Querprofils zu finden (s. Abschnitt V), so wollte ich solches auch an rechtwinkligen Röhren versuchen, hoffend, dass bei eventuellem Gelingen dieses Vorsatzes sich dann auch das für jedes beliebige Profil gültige Gesetz ableiten liesse. Diese Versuche wurden im Sommer 1901 unter Assistenz des Herrn Ingenieur Max Steiner aus Zürich angestellt, dem ich an dieser Stelle meinen wärmsten Dank ausspreche.

Geschwindigkeitsmessungen an rechtwinkligen Röhren.

1. Der Apparat.

§ 13. Der Hauptapparat bestand aus einem sehr glatten und genau ausgearbeiteten Kanal von 7 m Länge und 0,10 m innerer Breite (Fig. 1), der mit einem ebenfalls 7 m langen Brette als Decke der Röhre versehen war. Diese Decklatte konnte mittelst eines Schraubenapparates in verschiedene

Lagen gebracht werden, so dass bei einer konstanten Breite von 0,1 m ein Querprofil von verschiedener Höhe bis zu ebenfalls 0,10 m Höhe erhalten werden konnte. Alle vier Bretter hatten eine Dicke von 2 cm. Am oberen Ende dieser Röhre war ein Kasten angebracht mit einem kreisrunden Loche, in welches ein aufrecht stehendes blechernes Saugrohr von 15 cm Durchmesser genau passte. Bei einem Abstand von der Holzröhre von ca. 75 cm machte dieses Blechrohr eine totale Umbiegung von ca. 52 cm Länge. Dieses also wiederum vertikale Rohrstück tauchte nun in ein Reservoir von 3,84 m Länge und 2,87 m Breite aus Lärchenholz, mit zwei Überfällen, aus welchem das Wasser zu gewöhnlichen Zeiten in einer Druckleitung zur Turbine floss. Die hier beschriebenen Versuche wurden aber alle des Sonntags bei stillstehendem Sägerei-Betrieb und also bei fast vollständig ruhigem Wasserspiegel ausgeführt, indem auch der Zufluss gut reguliert werden konnte. Zudem besass der Saugheber aus Blech beim Einlaufe eine Klappenvorrichtung, durch welche der Druck in der Röhre beliebig reguliert werden konnte. Um das in das Wasser des Reservoirs tauchende Ende des Saughebers wurde ein weiter Sack aus feiner Drahtgaze gestülpt, an welchem allfällige im Wasser schwimmende Fremdkörper zurückgehalten wurden.

Der Ausfluss aus der Röhre geschah in freier Luft. Die Röhre selbst ruhte in einer für die Beoabachtungen günstigen Höhe auf Böcken. Um der sich bildenden Luft möglichst freien Abzug zu gewähren, wurde der Röhre eine schwache Steigung gegen den Ausfluss zu gegeben.

Der Druck wurde bei sämtlichen Versuchen wenigstens an zwei Stellen gemessen. Einmal bei 2,76 m, ein andermal bei 5,78 m Entfernung von der Ausmündung des Rohrs. Bei einigen Versuchen wurde ausserdem noch der Druck bei 1,25 m Entfernung gemessen. Letztere Stelle wurde mit A, der zweite Manometer mit B oder (1), der dritte mit C oder (2) bezeichnet. Beim Manometer (2), d. h. 1 cm unterhalb, befand sich auch die Messstelle für die Einzelgeschwindigkeiten, also in einer Entfernung vom Saugrohr von 4,57 m und von der Ausflussmündung von 2,75 m. Die Entfernung von Manometer A nach (1) oder B betrug also 1,51 m, von B nach C: 3,02 m. Beide Manometerstände konnten gleichzeitig an einer bei der Messstelle angebrachten Skala abgelesen werden, was durch die folgende Einrichtung geschah.

In den bei A und C angebrachten Löchern staken 2 mm weite Röhrchen, über welche ein Kautschukschlauch von 2 m bezw. $3^1/_2$ m Länge gestülpt war, der den Druck bis zur Messstelle B weiter leitete. Dieses Kautschukrohr hatte auch den Zweck, durch seine Elastizität die unvermeidlichen pulsierenden Druckschwankungen auszugleichen, was in vorzüglicher Weise gelang. Die Manometerskala bei B bestand aus einem quadratförmigen, mit Millimeterpapier überklebten Brette von 20—22 cm Seitenlänge, welch[illegible] [illegible]nerierte Röhrchen trug von 1 cm Lichtweite und 22 cm L[illegible] [illegible] Brettchens

am Gerinne geschah mittelst einer Schraube, die beliebig angezogen werden konnte und eine Drehung der Manometerskala gestattete.

Um Zeit zu gewinnen, d. h. um nicht genötigt zu sein, bei jeder Änderung des Profilpunktes den Beharrungszustand abwarten zu müssen, wurde das nachstehende Verfahren eingeschlagen, welches gestattete, die Geschwindigkeit in fünf Punkten des Querprofils gleichzeitig zu messen.

An der Messstelle war die Decke der Röhre durchsägt, die Enden um etwa 5 cm auseinandergezogen. Auf diese Enden wurden zwei quer auf der Längsrichtung stehende Brettchen von 10 cm Breite und ebensoviel cm Höhe vertikal aufgenagelt, so dass zwischen den Seitenwandungen und diesen beiden Brettchen ein offener, beweglicher Kasten entstand von 10 cm Breite, 1 cm Länge, durch welchen man sowohl das fliessende Wasser beobachten, wie die Pitot'schen Röhrchen einbringen konnte. In das gegen das Einlauf-Ende zugekehrte Brettchen dieses Kastens waren nun fünf vertikale, 2 mm breite Rinnen ausgesägt in folgenden Entfernungen:

Von der rechten Seitenwand: bei 0,1 cm, 2 cm und 5 cm
„ „ linken „ „ 0,5 cm und 4 cm.

Diesen Rinnen entsprechend wurden Löcher in die Sohle der Röhre gebohrt und durch beide dann feine Röhrchen gesteckt, welche die Rolle der Pitot'schen Röhren zu übernehmen hatten. Diese hatten eine Länge von etwa 33 cm, einen äusseren Durchmesser von 2 mm und ein Kaliber von 1 mm. Oben waren sie kurz abgebogen, und von der inneren Krümmung an genau 20 cm gemessen, wurde ein kleines Loch hineingefeilt, der untere Teil gerade unterhalb dieses Löchleins luftdicht zusammengepresst. Durch dieses seitliche Loch, welches mit Hülfe des gekrümmten Teils stets der Strömung entgegen gehalten wurde, strömte nun das Wasser hinein und stieg in der Röhre um den Betrag der Geschwindigkeitshöhe, vermehrt um die kapillare Steighöhe. Diese einfachste Form der Pitot'schen Röhre wurde gewählt, damit durch sie die Strömung möglichst wenig behindert und namentlich auch keine stärkere Wirbelbildung verursacht werde.

Nun wurden die Röhrchen in die betreffenden Rinnen und Löcher gesteckt, mittelst eines 10 cm breiten, in den Kasten gepressten Keils festgehalten und das Wasser angelassen. Um den Einfluss der Kapillarität, der in solch engen Röhrchen viel zu gross gewesen wäre, aufzuheben, wurden letztere mittelst eines darüber gestülpten Gummischlauches mit den gröberen Steigröhren am Manometerbrett in Verbindung gesetzt. Durch Ansaugen an den letzteren stieg dann das Wasser durch das Pitot'sche Röhrchen hinauf und durch den Gummischlauch wieder herunter in die betreffende Steigröhre an der Manometerskala. Pitot'sche Röhre, Gummischlauch und Steigrohr (Fig. 2) bildeten nun eine kommunizierende Röhre, an welcher die Kapillarität keinen andern Einfluss mehr ausübte, als den, an der Oberfläche des Wassers der Steigröhre einen Meniskus zu bilden. Um die Nulllinie der Manometer-

skala genau einzustellen und gleichzeitig um die Ablesung am Manometer (1) zu kontrollieren, wurde auch die rechte Seitenwand angebohrt, das Bohrloch vermöge eines Gummischlauchs mit dem äussersten Steigrohr 8 der Manometerskala verbunden und letztere gedreht, bis die Ablesungen bei (1) links und (8) rechts genau übereinstimmten. Die acht nebeneinander stehenden Steigröhren hatten nun folgende Verbindungen:

Nr. 1 zu äusserst links, mit der Anbohrung an der linken Seitenwand der Messstelle B.
Nr. 2 nachfolgend, mit der Manometer-Öffnung bei C.
Nr. 3 mit der Pitot'schen Röhre in der Mitte des Gerinnes.
Nr. 4 mit der Pitot'schen Röhre bei 4 cm von der linken Wand.
Nr. 5 mit der Pitot'schen Röhre bei 2 cm von der rechten Wand.
Nr. 6 mit der Pitot'schen Röhre bei 0,5 cm von der linken Wand.
Nr. 7 mit der Pitot'schen Röhre bei 0,1 cm von der rechten Wand.
Nr. 8 mit der Anbohrung der rechten Seitenwand der Messstelle B.

Es befanden sich beidseitig der Röhre zwei Pitot'sche Röhrchen und da die Verengerung des Querprofils durch diese sämtlichen Röhrchen nur 1 cm betrug, wurde erwartet, dass sie sich gegenseitig nicht zu sehr stören würden. Dass die sekundliche Durchflussmenge durch diese Röhrchen in fühlbarer Weise beeinflusst wurde, war nach den sorgfältigen Versuchen Darcy's an kreisrunden Röhren, mit verschiedenen Diaphragmen, von vorne herein ausgeschlossen.

Es fragte sich nun, ob solche Röhrchen überhaupt geeignet sind, die an sie gestellte Aufgabe zu erfüllen; bekanntlich besitzen die üblichen Pitot'schen Röhren eine gegen den Strom gerichtete Spitze und es steigt in ihnen das Wasser um so genauer um die Geschwindigkeitshöhe, je geringer die durch sie veranlasste Ablenkung der Wasserfäden ausfällt (23). An Röhren viel gröberen Kalibers, z. B. von 4 cm Durchmesser, hatte ich nun bereits die Erfahrung gemacht, dass es nicht nötig ist, die Eintrittsöffnung des Wassers an das Ende einer Spitze zu verlegen, sondern dass es genügt, eine ganz kleine Öffnung in eine solche Röhre zu bohren, um das ihr entgegenströmende Wasser bis zu der sog. Geschwindigkeitshöhe ansteigen zu lassen. Einzig in unmittelbarer Nähe der Sohle und der Wandungen, wo das Wasser verhindert ist, nach allen vier Richtungen auszuweichen, ergab sich in diesen grossen Röhren ein bedeutender Fehler, indem das Wasser darin plötzlich weit höher stieg, als es der Geschwindigkeit entsprach. Die vorbeschriebenen kleinen Röhrchen wurden nun in einem offenen Kanale, dessen maximale Oberflächengeschwindigkeit mit Schwimmern sowohl, wie mittelst einer bereits taxierten Pitot'schen Röhre gemessen wurde, geprüft und gefunden, dass der Koeffizient k in $v = k . \sqrt{2gH}$ auch hier gleich der Einheit war. Eine weitere Prüfung dieses Koeffizienten geschah am Schlusse der Versuche, nachdem die Einzel-

geschwindigkeiten bereits berechnet waren. Mittelst des Harlacher'schen Verfahrens wurde aus diesen letzteren die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Querprofils berechnet und mit der durch Division der Profilfläche in die Durchflussmenge erhaltenen verglichen. Es zeigte sich hierbei, dass k zwischen 0,88 und 1,135 schwankte, welche Differenz sehr wohl dadurch zu erklären ist, dass zu diesem Zwecke zu wenig Vertikal-Geschwindigkeitskurven aufgenommen wurden und dieselben nicht symmetrisch zur Achse gewählt waren. Der Durchschnitt aus den verschiedenen k liegt aber wieder sehr nahe der Einheit.

Nun wurde untersucht, ob der gegenseitige Einfluss dieser Röhrchen derart sei, dass er die Messresultate wesentlich beeinträchtigen könne.

Zu diesem Zwecke wurden einmal für die Horizontale der Rohrachse, dann für diejenige bei 0,5 cm unter der Decke, bei quadratförmigem Profil, die verschiedenen Röhrchen eines nach dem anderen eingesteckt und jedesmal beobachtet, um wie viel sich der Wasserstand in den verschiedenen Steigröhren des Manometers veränderte.

a) Versuch an der Horizontalen der Rohrachse.

War kein Pitot'sches Röhrchen im Gerinne, so betrug der Druck bei: (1) und (2):		7,02	resp.	8,40 cm
Wurde das Röhrchen 3 eingesetzt, so stieg er auf		7,10	„	8,50 „
bei einer Höhe im Röhrchen (3) von				10,60 „
Bei Hinzufügen des Röhrchens (7) blieb er in (3) bei				10,60 „
und in 7 betrug er				7,90 „
Bei fernerem Einstecken des Röhrchens (6) stieg Rohr	(3) auf			10,58 „
„	(7) „			7,95 „
„	(6) „			9,30 „

während die Piezometer (1) und (2) noch unverändert geblieben waren.

Wurde noch Röhrchen (5) eingeführt, so stieg das Wasser

im Steigrohr Nr.	3	auf	10,61
„	7	„	7,99
„	6	„	9,20
„	5	„	10,19

Nach Einstecken des letzten Röhrchens Nr. 4 hatten die betreffenden Manometerstände folgende Höhen:

Nr. 3:	10,74,	anfänglich	10,60,	Steigung	somit:	0,14
„ 7:	8,10,	„	7,90,	„	„	0,20
„ 6:	9,12,	„	9,30,	„	„	—0,18
„ 5:	10,35,	„	10,15,	„	„	0,20
„ 4:	10,67,	„	—	„	„	—
Nr. 1 u. 8:	7,30,	„	7,02,	„	„	0,28
Nr. 2:	8,70,	„	8,40,	„	„	0,30

Die 5 Röhrchen trieben also den Manometer (1) und (2) nur um 0,28 resp. 0,30, im Mittel also um 0,29 cm in die Höhe, was an der Geschwindigkeit selbst nur ein Unbedeutendes ausmacht. Dabei blieb das Gefälle dasselbe, d. h. durch den Widerstand der 5 Röhrchen wurde einfach die Drucklinie sich selbst parallel nach oben verschoben und zwar, da die mittlere Geschwindigkeitshöhe in dem gegebenen Falle 0,0318 cm betrug, um

$$\frac{0{,}29}{3{,}18} \cdot \frac{v^2}{2\,g} = 0{,}0912 \frac{v^2}{2\,g}$$

Das Verhältnis der neuen zur ursprünglichen Geschwindigkeitshöhe beträgt

$$\frac{0{,}0318 + 0{,}0029}{0{,}0318} = 1{,}091.$$

Piezometer 3 stieg infolge des Einsteckens der übrigen Röhrchen nur um 1,4 mm, was einer Geschwindigkeitsdifferenz entspricht von

$$\sqrt{2\,g\,(0{,}1060 - 0{,}0702)} - \sqrt{2\,g\,(0{,}1074 - 0{,}0730)} = \sqrt{2\,g\,.\,0{,}0358} - \sqrt{2\,g\,.\,0{,}0344} = 0{,}837 - 0{,}821 = 0{,}016 \text{ m}.$$

Piezometer 7 stieg um 2 mm, so dass in der Berechnung der Geschwindigkeiten eine Differenz entstehen würde von

$$\sqrt{2\,g\,(0{,}0790 - 0{,}0702)} - \sqrt{2\,g\,(0{,}0810 - 0{,}0730)} = \sqrt{2\,g\,.\,0{,}0088} - \sqrt{2\,g\,.\,0{,}0080} = 0{,}415 - 0{,}396 = 0{,}019.$$

b) Versuch an der Horizontalen bei 0,5 cm Entfernung von der Decke.

Hier stieg der Manometerstand bei (1) durch das Einstecken der Röhrchen nur von 7,12 auf 7,15, Manometer (2) nur von 8,49 auf 8,50. Während des Versuchs wurde jedoch ein allgemeines schwaches Sinken des Druckes konstatiert, so dass diesen Zahlen keine andere Bedeutung zugeschrieben werden kann, als dass auch sie zeigen, dass der Einfluss der Röhrchen auf die Manometerstände (1) und (2) ein sehr unbedeutender ist. Ebenso beweist der erste Versuch, dass auch die gegenseitige Wirkung der Röhrchen aufeinander gegenüber anderen Fehlerquellen jedenfalls wenig ins Gewicht fallen, so dass wir uns damit nicht weiter zu beschäftigen brauchen.

Trotzdem wurde bei mehreren Versuchen die Vorsicht beobachtet, das Pitot'sche Röhrchen Nr. 4 vorerst auszulassen und nur an den übrigen abzulesen, um dann nachher die Röhre 4 für sich besonders anzuwenden.

Zur Messung der sekundlichen Ausflussmengen wurde eine 42½ Liter haltende Brente und eine Uhr verwendet, welche noch eine Ablesung von ⅕ Sekunde gestattete.

2. Die Versuche.

§ 14. Zu Anfang jeden Versuchs wurde vorerst der Röhre die gewünschte Querprofilform gegeben, die Manometerschläuche, Röhrchen etc.

montiert, dann das Saugrohr gefüllt, umgekehrt und nach dessen Funktionieren in das runde Loch der Holzröhre gesteckt. Undichtigkeiten wurden mit Tuchstreifen und durch Zuklemmen mit starken Holzschrauben gestopft. Durch wiederholtes Ansaugen der Steigröhren der Manometerskala versicherte man sich, dass keine Luft mehr in den Zuleitungsschläuchen vorhanden sei. Nun wurde mit Hülfe der Ventilklappe am Saugrohr das Gefälle auf die gewünschte Höhe gebracht.

Diese Vorbereitungen nahmen jeweilen einen bedeutenden Teil des Tages in Anspruch und es sind uns überhaupt von 14 durchgeführten Versuchsreihen nur 8 in befriedigender Weise gelungen. Es war immer sehr schwer, die Luft vollkommen aus den zu der Messstelle führenden Schläuchen fern zu halten, und zwar sowohl in denjenigen, welche zur Messung des Seitendrucks dienten, wie auch in den Verbindungsschläuchen der Pitot-schen Röhrchen zu den Manometer-Steigröhren.

Erst wenn alles gut funktionierte, konnte mit dem eigentlichen Versuch begonnen werden. Dabei wurden nun vorerst die Öffnungen der Pitot-schen Röhrchen mit Hülfe des abgebogenen Teils in die Richtung gegen die Strömung gestellt und zwar für sämtliche Röhrchen Nr. 3—7 auf dieselbe Horizontale. Die Manometerskala wurde so gestellt, dass Manometer (1) und (8) die gleiche Ablesung ergaben und hierauf eine Horizontale von Nr. 1 bis 8 eingestellt, durchgelesen und notiert. Das Verfahren wurde wiederholt, bis der Beharrungszustand vollständig erreicht war. In dieser Weise wurden nun sämtliche Horizontalen aufgenommen. Von Zeit zu Zeit wurde mittelst Ansaugen untersucht, ob sich Luft in den Röhren und Schläuchen befand, und diese, wenn vorhanden, durch weiteres Saugen etc. entfernt.

Nun wurde das sekundliche Durchflussquantum ermittelt und noch einmal die Manometer (1) und (2) abgelesen, da es sich zeigte, dass der Druck während der Messungen immer um ein Weniges schwankte. Schliesslich las man an einem im Reservoir hängenden Thermometer die Temperatur ab.

Meist konnte an einem Tage nur ein einziger Versuch ausgeführt werden. Die Resultate waren aber doch schliesslich recht befriedigend.

Während des Winters 1901/02 wurden dann noch Versuche gemacht mit einer rechtwinkligen Röhre von 5 cm Länge, 2 cm Breite und 5 cm Höhe in liegender und stehender Stellung. Hier wurde aber jeweilen nur ein Pitot'sches Röhrchen benutzt und dafür die Geschwindigkeiten an der stehenden Röhre nur in der Achse, bei 5,5 mm von der rechten und bei 2 mm von der linken Wand gemessen. Diese letzten Versuche geschahen mit stark kalkhaltigem, warmem Wasser. Das Sammelbecken war ein grosser Steintrog mit einem Aufsatz von Brettern; der Wasserspiegel war ausserordentlich ruhig. Die Bretter des Rohrs waren 2 cm dick und mit der Hobelmaschine sehr regelmässig bearbeitet, zeigten jedoch, wenn man den Blick in der Längsrichtung darübergleiten liess, etwas wellige Oberfläche.

Nr.	Autor	Datum	Θ	T Réaum.	Manometerstand A	Manometerstand B (1)	Manometerstand C (2)	H	B	F	Q	I °/₀₀	v	1000 Q I	$\sqrt[3]{QI}$	$\frac{v}{\sqrt[3]{QI}}$ per Messung	$\frac{v}{\sqrt[3]{QI}}$ Mittel	$\sqrt[4]{B}$	$\frac{v \cdot \sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$ k_r
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
51	Bazin	—	—	—	—	—	—	0,250	0,400	0,400	0,777	6,614	1,943	5,1391	0,173	11,23			
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,674	5,063	1,685	3,4125	0,151	11,13	11,18	0,795	8,90
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,618	4,272	1,545	2,6401	0,138	11,20			
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,411	1,899	1,028	0,7805	0,092	11,16			
52	"	—	—	—	—	—	—	0,150	0,240	0,144	0,233	8,800	1,618	2,0504	0,127	12,74			
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,191	6,267	1,326	1,1970	0,106	12,51	12,53	0,700	8,78
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,129	2,733	0,896	0,3526	0,0707	12,67			
"	"	—	—	—	—	—	—	"	"	"	0,054	0,533	0,375	0,0288	0,0307	12,21			
1	Christen	27. X. 1901	3,05	3,5	5,10	8,40	13,75	0,0506	0,0516	0,01045	0,0139	17,7	1,333	0,2460	0,0624	21,36			
2	"	22. IX. 1901	3,92	7,0	—	8,71	11,57	0,0505	0,0505	0,01020	0,0108	9,5	1,062	0,1026	0,0469	22,64			
3	"	29. IX. 1901	5,40	6,4	—	7,20	8,61	"	"	"	0,00787	4,7	0,772	0,0370	0,0333	23,18			
9	"	21. VII. 1901	6,13	—	—	8,99	10,39	"	"	"	0,00685	4,6	0,671	0,0315	0,0316	21,23			
4	"	29. IX. 1901	12,05	7,0	—	3,19	4,57	0,0300	0,0508	0,0061	0,00353	4,6	0,579	0,0162	0,0253	22,88	22,36	0,475	10,62
10	"	22. IX. 1901	13,3	7,2	—	3,81	5,30	"	"	"	0,00374	4,9	0,613	0,0183	0,0264	23,22			
5	"	29. IX. 1901	14,71	7,3	—	2,49	4,00	0,025	0,0509	0,0051	0,00288	5,0	0,565	0,0144	0,0243	23,25			
6	"	27. X. 1901	12,25	3,0	4,50	9,20	13,47	0,0163	0,0508	0,00332	0,00347	27,2	1,045	0,0945	0,0454	23,00			
7	"	6. X. 1901	29,8	7,0	—	4,16	5,96	0,0162	0,0512	0,00332	0,00143	6,0	0,430	0,00858	0,0205	20,98			
8	"	6. X. 1901	34,0	"	—	4,00	5,41	0,0162	0,0512	0,00332	0,00125	4,7	0,377	0,00587	0,0181	20,83			
11	"	6. IV. 1902	65	6,6	3,78	—	10,98	0,0255	0,0100	0,00102	0,000654	22,2	0,640	0,01452	0,0247	25,90			
12	"	6. IV. 1902	98,5	"	4,29	—	9,20	"	"	"	0,000431	10,7	0,422	0,00461	0,0166	25,41	25,94	0,397	10,29
13	"	6. IV. 1902	173	"	—	4,80	5,51	"	"	"	0,000246	3,5	0,252	0,000861	0,0095	26,50	Wasser milchig		
14	"	3. III. 1902	87	5,5	—	—	—	"	"	"	0,000488	17,4	0,474	0,00850	0,0204	23,43			
15	"	3. III. 1902	147	"	—	—	—	"	"	"	0,000289	6,0	0,287	0,001734	0,0120	23,91	23,41	0,397	9,31
16	"	3. III. 1902	110	"	—	—	—	"	"	"	0,000387	12,2	0,379	0,00484	0,0169	22,88			

Anmerkung. Als Breite wurde in den Kolonnen 9 und 10 die horizontale Dimension des Querprofils, in Kolonne 19 dagegen die grössere von beiden Dimensionen (horizontal und vertikal) genommen.

In den Versuchen Nr. 11—16 befanden sich die Manometer bei 0,10, 1,00, 2,00, 3,00, 4,00 und 4,70 m von der Ausmündung der Röhre entfernt. Bei Nr. 11—13 lag die Röhre fast vollkommen horizontal, bei 14 und 15 besass sie einen Anzug nach vorn um etwa 1,35 °/₀, bei Nr. 16 eine Neigung gegen die Ausmündungsstelle zu von 0,25 °/₀. Die Drucklinie (Gefälle) wurde durch graphisches Auftragen der gefundenen Höhendifferenzen bestimmt und es waren die Abweichungen von einer geraden Linie nur unbedeutend.

3. Die Resultate.

§ 15. Dieselben finden sich, soweit sie hieher gehören, in nebenstehender Tabelle verzeichnet. Zwei bezüglich der Einzelgeschwindigkeiten nicht ganz gelungene Messungen wurden hier ebenfalls angeführt, da sie bezüglich der Druck, und Profilverhältnisse sowie der mittleren Geschwindigkeit genau sind.

Wie aus Kolonne 6—8 dieser Zusammenstellung ersichtlich ist, stimmten die Druckdifferenzen in der vorderen Sektion von A nach B nicht immer befriedigend mit der hinteren Sektion, zwischen B und C überein. Es hatte dies jedenfalls seinen Grund in den Unregelmässigkeiten des Querprofils, die bei hölzernen Gerinnen, da sie sich ziehen, nie ganz zu vermeiden sind, sowie in nicht zu entfernenden Luftresten in den Schläuchen und vielleicht auch in Vorsprüngen in der Umgebung der Bohrlöcher bei A, B und C. Immerhin kann für eine Genauigkeit des Gefälles von mindestens 10 °/o garantiert werden.

Es empfiehlt sich überhaupt, bei derartigen Messungen den Druck nicht bloss an zwei Stellen, sondern ausserdem an mindestens noch einer Kontrollstelle zu messen, da man sonst nie sicher ist vor Beobachtungsfehlern infolge mangelhafter Funktion der Manometer-Einrichtungen.

Die vorstehende Zusammenstellung lehrt uns, dass bezüglich der mittleren Geschwindigkeit für die rechtwinklige Röhre genau die gleichen Gesetze gelten, wie für den rechtwinkligen Kanal. (S. II. Abschnitt.)

Es ist $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{Q\,I} = \sqrt[3]{2\,k^3}\ \sqrt{H\,I}\ \sqrt[8]{B}$,

sofern man nämlich in ersterem Ausdruck statt Q dessen Hälfte einführt.

Denn vorstehende Koeffizienten k_r in der letzten Kolonne der Tabelle werden sofort identisch mit k, wenn man sie noch mit $\sqrt[3]{2} = 1,260$ multipliziert, wie uns folgende Vergleichung lehrt:

Versuch	$\frac{v\,.\,\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$	$\frac{v\,.\,\sqrt[4]{B}\,.\,\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{QI}}$	k gefunden im Kanal.
Bazin Nr. 51	8,90	11,21	11,15 (Reihe 19)
Bazin Nr. 52	8,78	11,06	11,76 (Reihe 20)
Christen Nr. 1—8	10,62	13,38	12,75
Christen Nr. 11—13	10,29	12,97	12,40
Christen Nr. 14—16	9,31	11,74	12,40

Die Differenzen zwischen den beiden letzten Kolonnen sind so geringe, als sie bei der Verschiedenheit der jeweiligen Gerinne erwartet werden mussten, Mein Gerinne Nr. 1—8 war sehr fein behobelt und fast ohne Stösse. Das Gerinne der Versuche 11—16 war etwas weniger vollkommen gehobelt, aber

ganz aus einem Stücke. Der Koeffizient nähert sich somit demjenigen des Cementes. Zwischen den Versuchen Nr. 11—13 und Nr. 14—16 lag eine grosse Verschiedenheit des benutzten Wassers, ebenso zwischen den Versuchen Nr. 1—8 einer- und Nr. 11—16 andererseits.

§ 16. Im rechtwinkligen Rohre ergab sich, dass, um der Formel zu genügen, für B jeweilen die grössere der beiden Dimensionen des Querprofils genommen werden muss. Es fragt sich daher, ob dieser Satz nicht etwa auch für Kanäle gelte. In den Bazin'schen Versuchen sind es besonders folgende Reihen, bei denen die Tiefe des Wassers eine bedeutende Höhe gegenüber der Breite erreicht hatte:

Nr. 28: halbe Breite = 0,050, grösste Tiefe = 0,0655
„ 29: „ „ = 0,050, „ „ = 0,0410
„ 30: „ „ = 0,050, „ „ = 0,0821
„ 31: „ „ = 0,050, „ „ = 0,0690
„ 67: „ „ = 0,400, „ „ = 0,486

In allen diesen Fällen stimmt die Formel $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{QI}$ vorzüglich.

Leider besitzen wir aber keine Versuche an Kanälen, wo die Tiefe gleich oder grösser als die Breite war.

Der Verfasser wollte nun auch diese Frage entscheiden, musste aber davon absehen, als er sah, dass weder sein grösserer, 0,1 m breiter und 7 m langer, noch der kleinere, 2 cm breite und 5 m lange Kanal eine genügende Länge hatten, um einen vollkommen ebenen Wasserspiegel herzustellen. Immerhin weisen diese Versuche (s. § 34) in unzweideutiger Weise darauf hin, dass oberhalb der Grenze für die Tiefe H = 2 B ein ähnlicher Umtausch der Dimensionen stattzufinden hat, wie bei den Röhren.

Aus all diesen Versuchen gewinnen wir ferner die Einsicht, dass die Grundlagen, auf welcher die Lehre der krummlinigen Bewegung des Wassers beruhten, verlassen werden müssen, da es sich namentlich erweist, dass die Geschwindigkeit in solchen Wasserläufen nicht sowohl vom benetzten Umfange, als vielmehr von der Länge der den Wasserkörper zusammensetzenden radialen Wasserfäden abhängt. Dass die Chézy'sche Form $FI = k \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot p$ oder $v = c\sqrt{RI}$ nicht der mathematische Ausdruck für die Fortbewegung des Wassers sei, geht schon daraus hervor, dass an dem Koeffizienten c so viele Modifikationen angebracht werden mussten, welche die ursprüngliche einfache Form bedeutend komplizierter gestalteten.

Aus dem vorstehenden ist nun ersichtlich, dass wohl allgemein die mittlere Geschwindigkeit in einem Rohre mit zwei Symmetrie-Achsen dieselbe ist, sei das Rohr voll oder bloss bis zu der horizontalen Symmetrie-Achse gefüllt — gleiches Gefälle vorausgesetzt.

Es ist dies ein für die Praxis des Technikers sehr wertvolles Ergebnis, das freilich bei der Gleichheit des hydraulischen Radius in beiden Fällen nicht überrascht, jedoch erst durch die vorstehenden Untersuchungen eine festere Grundlage erhalten hat.

Dieses Resultat setzt uns nämlich in den Stand, die Geschwindigkeit in jedem beliebigen Rohrprofile zu berechnen, indem es mit anderen Worten ausdrückt, dass die ruhige Luft oder eine freie Oberfläche die mittlere Geschwindigkeit nicht wesentlich beeinflussen. Da wir nun in der Formel für Kanäle: $v = m \sqrt{\tau I} \cdot \sqrt[8]{B}$ eine solche besitzen für alle möglichen einfacheren Kanalprofile (vielleicht also mit Ausschluss sehr gewundener Profile, die in der Praxis nicht vorkommen), so können wir, indem wir uns ein beliebiges Rohrprofil als aus zwei längs der grössten Quer-Achse zusammenstossenden Kanalprofilen zusammengesetzt denken, die mittlere Geschwindigkeit desselben berechnen.

Von Interesse ist nun auch folgende Vergleichung:

Die Geschwindigkeit im volllaufenden rechtwinkligen Kanal ist

$$v = m \sqrt{HI} \sqrt[8]{B} \text{ und } Q_k = 2\, m \sqrt[8]{B^9} \sqrt{H^3 I}.$$

Würde dieser Kanal gedeckt, d. h. als Röhre, unter Druck, benutzt, so wäre die Geschwindigkeit, bei gleichbleibendem Gefälle:

$$v = m \sqrt{\frac{H}{2} I} \sqrt[8]{B} \text{ und } Q_r = 2\, BH\, m \sqrt{\frac{H}{2} I} \sqrt[8]{B} = \sqrt{2} \,.\, m \,.\, \sqrt[8]{B^3} \sqrt{H^3 I}.$$

Es verhält sich also $\frac{Q_k}{Q_r} = \sqrt{2}$ oder $Q_k = 1{,}41\, Q_r$.

Es ist also für die Ergiebigkeit eines Kanals unvorteilhaft, ihm eine Decke zu geben, da derselbe als offener Kanal fast $1^1/_2$ mal mehr fördert, denn als Rohr.

IV. Abschnitt.

Die Rauhigkeitsgrade.

Bestimmung der Geschwindigkeitskoeffizienten.

§ 17. Die im Anhang dieser Schrift produzierte Koeffiziententabelle gliedert sich in folgende 4 Hauptteile:

A. Regelmässige Kanäle, mit unbeweglicher Sohle.
B. Natürliche Flussläufe mit beweglichem Flussbett.
C. Normale Messungen an kreisförmigen Röhren.

D. Messungen an Röhren mit anormaler Variation der Durchflussmenge.

Diese Messungen sollen hier näher besprochen werden.

A. Regelmässige Kanäle.

Unter diesen wurden besonders die künstlichen Gerinne von Bazin, Grebenau und weniger anderer, soweit sie einem bestimmten, unveränderlichen Rauhigkeitskoeffizienten angehörten, sowie einige Versuche des Verfassers an relativ sehr tiefen Kanälen, aufgeführt. Wie schon im vorigen Abschnitt bemerkt wurde, war es bei diesen letzteren nicht möglich, einen wellenlosen Wasserspiegel zu erhalten und es dürfen somit die an diesen Gerinnen berechneten Koeffizienten nur als Näherungswerte betrachtet werden. Diese Versuche hatten hauptsächlich den Zweck, zu entscheiden, ob gemäss der Formel $v = m\sqrt{HI}\sqrt[8]{B}$ die Geschwindigkeiten auch bei grösseren Tiefen stets mit der Quadratwurzel aus der Tiefe zunehmen oder ob hier etwa auch ein Austausch zwischen B und H, wie bei den Röhren, Platz zu greifen habe. Diesem Zweck scheinen die Versuche wirklich genügt zu haben, indem sie dartun, dass mit dem Überschreiten der Grenze $H = 2B$ wirklich die Form $= \frac{k \, . \sqrt[3]{QI}}{\sqrt[4]{H}}$ besser passt und somit die Geschwindigkeit nicht mehr mit der Quadratwurzel aus der Wassertiefe zunimmt, sondern viel langsamer.

Es ist zu bedauern, dass diese Versuche nicht genauer ausgeführt werden konnten. Vollkommene Versuche mit genügend langen und hohen rechtwinkligen Kanälen dürften diese Frage vollends abklären.

In nachstehender Tabelle sind diese Versuche des Verfassers zusammengestellt, da sie trotz ihrer Unvollkommenheit einiges Interesse bieten dürften.

Wo sie schon unterhalb der Grenze $H = 2B$ nicht genau mit der Fundamentalformel übereinstimmen, ist solches nur der Unvollkommenheit der Versuche zuzuschreiben, indem in den vollkommeneren Bazin'schen Kanälen bis nahe dieser Grenze die schönste Übereinstimmung herrscht.

Auch die Versuche von Dubuat, obwohl mit Sorgfalt ausgeführt, leiden teilweise an demselben Übelstand, dass seine Kanäle zum Ausgleiche der Wellenbewegungen ebenfalls eine ungenügende Länge besassen. Das Verhältnis der Länge seines Kanals zu dessen Breite war wie 97:1 und auch meine Gerinne, das eine mit einem Verhältnisse von 70:1, das andere von 250:1, vermochten nicht immer ein völliges Verschwinden der sich bildenden stehenden Wellen herbeizuführen.

Zum Glücke besitzen wir an den Versuchen von Darcy und Bazin ein für die Bestimmung der Geschwindigkeitskoeffizienten ausreichendes Material.

Ergänzende Versuche an rechtwinkligen, relativ tiefen Kanälen, ausgeführt im Winter 1901.

Datum	Ort	Nr.	T Réaum.	H	B	1000 I	1000 Q	1000 Q I	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{b}$	v	$v\sqrt[4]{b}$	$k = \frac{v\sqrt[4]{b}}{\sqrt[3]{QI}}$	Bemerkungen
3. XI	Mühleport	1	— 0,5	0,0300	0,051	13,13	2,81	0,0369	0,0330	0,475	0,918	0,436	13,20	
10. XI	„	2	0	0,0545	„	„	6,56	0,0862	0,0442	„	1,146	0,544	12,32	
„	„	3	1,0	0,1050	„	„	12,50	0,1642	0,0547	0,5683	1,167	0,664	12,12	b zu 0,1050 genommen.
„	„	4	0,5	0,0860	0,020	12,25	2,75	0,0337	0,0322	0,5410	0,800	0,432	13,38	b zu 0,0860 genommen.
15. XII	Zyssets Gerbe	5	6,2	0,0100	0,010	9,25	0,0542	0,0005006	0,00794	0,3161	0,271	0,0823	10,36	
8. XII	„ „	6	7,1	0,0205	„	„	0,1180	0,001090	0,01030	0,3782	0,287	0,1085	10,52	b zu 0,0205 genommen, v n. Kutter = 0,254
15. XII	„ „	7	6,7	0,0220	„	„	0,1470	0,001359	0,01108	0,3848	0,299	0,1152	10,39	b zu 0,022 genommen.
8. XII	„ „	8	7,2	0,0288	„	„	0,2050	0,001895	0,01236	0,4486	0,356	0,1597	12,91	„ „ 0,0288 „ v nach Kutter = 0,282
8. XII	„ „	9	7,0	0,0435	„	„	0,3420	0,003161	0,01468	0,4563	0,392	0,1787	12,17	b zu 0,0435 genommen, v nach Kutter = 0,299
15. XII	„ „	10	6,7	0,0454	„	„	0,3600	0,003330	0,01492	0,4612	0,396	0,1825	12,23	b zu 0,0454 genommen.

Da mir die Zeit zu kurz bemessen war, so berechnete ich die Koeffizienten nicht an allen 12 Versuchen der jeweiligen Versuchsreihe, sondern benutzte durch sämtliche Reihen hindurch eine Anzahl von 4—6 Einzelversuchen, womöglich mit denselben sekundlichen Wassermengen: 0,100; 0,203; 0,618; 1,030; 1,236 m³. Es durfte dies geschehen, ohne der Genauigkeit der Resultate wesentlich Eintrag zu thun, denn die Unterschiede zwischen den Koeffizienten verschiedener Reihen, aber desselben Materials erwiesen sich als weit bedeutender, als die Unterschiede innerhalb der einzelnen Versuchsreihen. Ausserdem wird man sich auch bei Wassermessungen ganz sorgfältig bearbeiteter Kanäle auf Differenzen in der Rauhigkeit von 5—10% abfinden müssen. Für die Praxis des Technikers wird es sich daher empfehlen, die Koeffizienten k auf Halbe, m auf Ganze, auf- oder abzurunden.

In den trapez- und halbkreisförmigen Gerinnen mussten vorerst die Oberflächenbreiten berechnet werden. Dies geschah nach den Formeln:

$$B = b + \sqrt{\left(\frac{p}{2} - b\right)^2 - H^2}$$

für das Trapez, wo 2 b die Breite an der Sohle bedeutet und nach

$$B = \sqrt{t\,(2\,r - t)}$$

für den halbkreisförmigen Kanal, wo t die Tiefe, r der Radius des Halbkreises ist.

Im nachstehenden folgt nun eine **Zusammenstellung der Geschwindigkeitskoeffizienten der verschiedenen Versuchsreihen und Rauhigkeitsgrade**, wie sie aus der Koeffiziententabelle des Anhangs hervorgehen. (S. diese!)

Nr.	Autor	Material	Profilform	$k = \frac{v\,.\,\sqrt[4]{b}}{\sqrt[3]{QI}}$	k per Rauhigkeitsgrad	$m = \sqrt{2\,k^3} = \frac{v}{\sqrt{rI}\,.\,\sqrt[8]{B}}$
2	Bazin	Cement, rein	Rechteck	13,09		
24	„	„ „	Halbkreis	13,94	13,7	71,68
25	„	„ mit Sand	„	14,06		
28	Bazin	Bretter, fein gehobelt	Rechteck	11,48		
29	„	„ „ „	„	12,55	12,4	61,75
1	Christen	„ „ „	„	13,20		
2	„	„ „ „	„	12,32		
6	Bazin	Bretter, gewöhnlich behobelt	Rechteck	11,30		
7	„	„ „ „	„	11,54		
8	„	„ „ „	„	11,83	11,68	56,45
9	„	„ „ „	„	11,17		
10	„	„ „ „	„	11,74		
11	„	„ „ „	„	11,97		

Nr.	Autor	Material	Profilform	$k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{b}}{\sqrt[3]{Q I}}$	k per Rauhigkeitsgrad	$m = \sqrt{2 k^3} = \frac{v}{\sqrt{r I} \cdot \sqrt[8]{B}}$
18	Bazin	Bretter, gewöhnlich behobelt	Rechteck	11,36	11,68	56,46
19	„	„ „ „	„	11,15		
20	„	„ „ „	„	10,76		
21	„	„ „ „	Trapez	12,23		
22	„	„ „ „	„	12,68		
23	„	„ „ „	Dreieck	11,92		
26	„	„ „ „	Halbkreis	12,26		
1	Christen	Bretter, nicht behobelt, Sohlenbretter quer	Rechteck	10,54	10,55	48,39
12	Bazin	Quadersteine	Rechteck	11,96	11,62	56,02
39	„	„	Trapez	11,30		
3	Bazin	Backstein, gut gefügt	Rechteck	11,02	11,02	51,73
32	Bazin	Bruchstein, bestochen	Trapez	9,04	9,17	39,27
33	„	„ „	„	9,11		
—	Bérard	„ „	„	9,35		
1 3—6	Bazin	Bruchstein, rauh	Trapez	8,55	8,49	34,89
—	Grebenau	Rauher Sandstein	—	8,28		
—	Ritter	Bruchstein	Rechteck	8,65		
30 31	Bazin	Packleinwand	Rechteck	7,74	7,74	30,28
4	Bazin	Kies 1—2 cm	Rechteck	8,80	9,63	42,26
27	„	Kies 1—2 cm	Halbkreis	10,46		
5	Bazin	Kies 3—4 cm	Rechteck	7,63	7,63	29,81
49	Bazin	Erde, fast kräuterlos	Trapez	7,76	7,27	27,72
—	Grebenau	„ „ „	„	6,72		
—	„	„ „ „	„	7,48		
—	„	„ „ „	„	7,14		
37	Bazin	Steinige Erde, wenig Kräuter	Trapez	6,71	6,63	24,14
38	„	„ „ „ „	„	6,51		
41	„	„ „ „ „	„	6,68		
36	Bazin	Erde mit vielen Kräutern	Trapez	5,87	5,87	20,11
—	Grebenau	Sohle Erde, Seite Quadern	Rechteck	9,23	9,23	39,66

Mit Hülfe dieser Durchschnittskoeffizienten für die verschiedenen Rauhig keitsgrade wurde nun meine Formel geprüft, indem in der Koeffiziententabelle des Anhangs die Abweichungen der Koeffizienten der einzelnen Messungen von diesen Durchschnittskoeffizienten berechnet wurden.

B. Natürliche Flussläufe.

§ 18. Hier darf kein ganz regelmässiges Übereinstimmen der Rauhigkeitskoeffizienten in einem und demselben Flusse, auch nicht an benachbarten Stellen, ja nicht einmal bei zeitlich auseinanderstehenden Messungen an derselben Messstelle erwartet werden und zwar aus folgenden Gründen.

1. In natürlichen Wasserläufen wechselt bekanntlich die Beschaffenheit der die Rauheit bestimmenden Sinkstoffe sowohl nach der Örtlichkeit, wie nach den betreffenden Pegelständen. Bei Hochwasser werden die feineren Bestandteile, welche vorher den Schutt bedeckten, weggeführt, die gröberen in Bewegung gesetzt und es erscheint daher die Sohle kurz nach einem solchen rauh. Ausserdem wird durch das Heben der Geröllstücke ein Teil der fortbewegenden Kraft des Wassers absorbiert. Bei Mittelwasser bleibt das grobe Material liegen und zwischen den Unebenheiten und Lücken in demselben wird etwas feinerer Schutt und Schlamm abgelagert. Nach längerer Zeit andauernden Niederwassers kann das Bett auch ganz verschlammen.

2. In geschiebeführenden Bächen, Flüssen und Kanälen serpentiniert das Wasser, d. h. der Stromstrich liegt bald auf der einen, bald auf der anderen Uferseite, selten in der Mitte. Hierdurch entstehen Geschiebebänke, deren oberflächliches Material stark wechselt und welche zu einer Rauheit des Bachbettes höherer Ordnung, zu eigentlichen Unebenheiten der Sohle führen. Dabei entstehen Verengerungen und Erweiterungen des Querprofils und damit Stauungen und Absenkungen des Wasserspiegels. Da im gestauten Wasser andere Bewegungsgesetze gelten, namentlich auch keine gleichförmige Bewegung herrscht, so ist klar, dass keine Geschwindigkeitsformel, ob sie auch noch so getreu die Bewegung in normalen Gerinnen wiedergäbe, genau auf Flüsse angewendet werden kann.

Ein grelles Bild solcher Verschiedenheit bietet die nachstehende Zusammenstellung meiner Geschwindigkeitskoeffizienten und der Ganguillet-Kutter-schen Reibungskoeffizienten an der Eger bei Falkenau, dem Plenkner'schen Werke (43) entnommen. Es geht daraus unzweideutig hervor, dass es nicht an der Formel, sondern an der Unregelmässigkeit des Flusslaufes liegt wenn die Koeffizienten nicht übereinstimmen.

Profil-Nr.	2B	F	I °/o	v	k	n
1	31,05	16,35	0,891	0,868	7,39	0,0218
3	28,55	18,12	0,203	0,783	10,28	0,0146
7	28,86	26,11	0,020	0,544	16,13	0,0076
17	32,40	32,49	0,213	0,437	6,06	0,0330
22	37,60	45,34	0,036	0,313	8,15	0,0220
28	31,95	35,44	0,132	0,401	6,50	0,0307
31	40,10	24,27	0,708	0,585	4,61	0,0473
32	36,70	22,02	0,866	0,645	4,54	0,0446

Die Gesamtstrecke zwischen den Profilen Nr. 7 und Nr. 17 betrug nur 190,4 m, und doch dieser Unterschied der Koeffizienten von k zwischen 16,13 bis 6,06 und von n zwischen 0,0076 bis 0,0330!

Freilich könnten diese Messungen unter Berücksichtigung der Profilveränderungen einigermassen korrigiert werden, was für die Zwecke der Praxis auch stets nötig sein wird. Da es sich in vorliegender Schrift aber nicht um die Gesetze der ungleichförmigen Bewegung handelt, so wurde in der Koeffiziententabelle darauf keine Rücksicht genommen, sondern die Messungen angegeben, wie sie vorlagen.

Die Bedeutung der Rauhigkeit eines Flussbettes für den Wassertransport ist längst anerkannt. Bazin gab in seinen Versuchen das Korn des verwendeten Kieses an. Er ist aber damit, ausser Grebenau, ziemlich einzig geblieben; ausserordentlich spärlich sind in der Literatur Messungen verbreitet, welchen einigermassen genaue Angaben über die Art der das Bachbett auskleidenden Sinkstoffe beigegeben sind. Es darf dies bei dem Mangel an Einigung, auf was es bei einer Klassifikation der Geschiebe hauptsächlich ankommt, nicht wundern, indessen hätten doch meines Erachtens, um auch in dieser Frage des Einflusses der Grösse der Geschiebe etwas vorwärts zu kommen, bezügliche, präzisere Angaben einen mehr als bloss theoretischen Wert. Der Geschwindigkeits- oder Reibungskoeffizient ist nun ein sehr bestimmter Begriff und sicher ist die Grösse des Geschiebes dessen Hauptfaktor. Dass besonders die Dimension der Geschiebe in vertikaler Richtung die zur Beurteilung des Rauhigkeitszustandes wichtigste ist, dürfte schon daraus hervorgehen, dass die Stosskraft $F \cdot k \cdot \frac{v^2}{2g}$ des Wassers mit der Höhe der Geschiebe bedeutend wachsen muss, weil mit der Entfernung von der Sohle ja auch die Geschwindigkeit, neben der Stossfläche der Geschiebe, zunimmt. Durch diese vermehrte Stosskraft wird auch mehr innere Arbeit verrichtet ...bewegende Kraft des Wassers geschwächt.

...ung dieser Frage möchte der Verfasser dieser Schrift ...von Flussmessungen vorzunehmende Aufnahmen

1. Zahl der Gesteine pro Laufmeter und Quadratmeter. Es würde z. B. ein Meterstab auf den Boden gelegt, die Zahl der, dessen eine Kante berührenden, wesentlichen Steine gezählt und dieses Verfahren an verschiedenen Stellen durchschnittlicher Rauhigkeit wiederholt.
2. Durchschnittliche Höhe der zwischen den Geröllen befindlichen Vertiefungen, gemessen an einer grösseren Zahl von Steinen durchschnittlicher Grösse.
3. Das Gewicht, grösste Länge, Breite und Höhe einiger auf die flache Seite gelegten Geschiebe mittleren Kalibers.
4. Grössenverhältnisse der grössten, noch in Mehrzahl transportierten Geschiebestücke.
5. Allgemeine Angaben über petrographische Beschaffenheit, Form und Lage der betreffenden Geschiebe.

Wo die Rauhigkeit von Ort zu Ort stark ändert, würde das Flussbett in Felder ähnlicher Beschaffenheit eingeteilt und die Angaben 1 bis 3 für jedes Feld besonders ermittelt. Die relative Grösse der Felder würde dann in Prozenten der ganzen Fläche ausgedrückt.

Dieser Vorschlag zielt einzig darauf ab, die Gewässer nach ihrer Rauhigkeit einigermassen klassifizieren zu können, und Material zu sammeln zur sicheren Beurteilung der Frage, in welcher Weise diese Geschiebe-Aufnahmen zu vervollkommnen wären, auf was es dabei ankommt. Selbstredend kämen für die mathematische Beurteilung dieses Faktors fast nur gerade und ungestaute Flussstrecken in Betracht.

Bei der Bemessung der Grösse der Geschiebe braucht man nicht zu ängstlich zu sein. Bedenkt man, dass der Reibungskoeffizient mit der Zunahme der Grösse derselben nur sehr langsam wächst, so sieht man, dass auch blosse Schätzungen noch einen gewissen Wert haben.

Für die Geschwindigkeitskoeffizienten k und m der verschiedenen Geschiebsgrössen wurden nämlich folgende Zahlen gefunden:

	k	m
Für Kies von durchschnittlich 1—2 cm, nach Bazin,	9,66	42,5
„ „ „ „ 3—4 cm, „ „	7,63	29,8
„ „ „ Hühnereigrösse (Germersheimer Durchstich) 4,5—6 cm	7,59	29,7
„ „ „ Faustgrösse (Rhein bei Basel), 6—30 cm	5,48	18,2
„ „ „ Faust- bis Kopfgrösse (Kander, Spiezwyler)	4,96	15,6

Nimmt man die kleinste durch den Schwerpunkt eines Geschiebestückes gehende Achse a als massgebend für den Reibungskoeffizienten an, so entsprechen diese Geschwindigkeitskoeffizienten m mit ziemlicher Annäherung der Beziehung $m = \frac{10}{\sqrt[3]{D}}$, gemäss folgender Skala:

Dm	$\sqrt[3]{D}$	$m = \frac{10}{\sqrt[3]{D}}$
0,015	0,247	40,5
0,035	0,327	30,6
0,045	0,356	28,1
0,12	0,493	20,3
0,15	0,531	18,8

Die Annahme, dass die kleinste Dimension der Gesteine die zur Beurteilung des Reibungskoeffizienten wichtigste sei, ist deshalb berechtigt, weil sich die Gesteine gewöhnlich auf die flache Seite, etwas nach abwärts geneigt, lagern und so diese kleinste Dimension zur Höhendimension wird. Im übrigen empfiehlt es sich, für D den kleinsten Durchmesser der grössten noch in Mehrzahl transportierten Geschiebe zu nehmen.

Aus der Zusammenstellung der Geschwindigkeitskoeffizienten k verschiedener Gewässer (s. Koeffiziententabelle, natürliche Flussläufe 1. Teil) geht hervor, dass dieselben am grössten sind in den Strömen der Tiefebene, wo sie sich dem an den Kanälen aus Erde gefundenen Koeffizienten 7,3 nähern. Weiter oben, in den alten Erosionstälern von stärkerem Gefäll, sinkt der Geschwindigkeitskoeffizient k bis 6,8, m bis 25 im Mittel. Hier ist der Mittellauf, wo sich das Wasser noch in äusserlich ruhigem Laufe bewegt. Noch höher, wo sich die Flüsse in die verschiedenen Zuflüsse gabeln, treten sie als eigentliche Wildwasser auf, welche in unruhiger Gangart abwärts eilen mit einem Koeffizienten k von etwa 5,3, einem m von 17,4. In den ganz steilen Gebirgsbächen, den Wildwassern im Sinne von Boussinesq kann er auch bis 2 sinken.

§ 19. Welches ist nun das Kriterium, ob ein Gewässer in diese oder jene Kategorie gehört?

Wenn wir einen offenen Kanal oder eine Röhre betrachten, so sehen wir, dass, im Grunde genommen, der ganze Wasserkörper an der schiefen Ebene des benetzten Umfanges hängt. Die in der Richtung des Gefälls wirkende Schwerkraft wird nach dem Prinzip der Wirkung und Gegenwirkung durch die Molekularkräfte zwischen den einzelnen Wasserteilchen unter sich und denjenigen zwischen der Wand und den Wasserteilchen im Gleichgewicht erhalten. Am Grunde der Sohle wirkt die tangentale Kraft des Gesamtgewichts des gleitenden Wasserkörpers, gleich dem Produkt aus der Querfläche, dem Sinus des Neigungswinkels und der Länge, d. h.

$$G = F\,I\,L \,.\, \gamma = B \,.\, \tau \,.\, I \,.\, L \,.\, \gamma,$$

wo γ das spezifische Gewicht, L die Länge des Wasserkörpers, B die Gesamtbreite, τ die dieser entsprechende mittlere Tiefe bedeutet.

Die Fläche, an der dieses Gewicht haftet, ist gleich B . L, die Zugkraft per 1 m^2 ist also =

$$\frac{B \, . \, \tau \, . \, I \, . \, L \, . \, \gamma}{B \, . \, L} = \tau \, I \, . \, \gamma$$

Dieser Kraft wirkt die Reibung an der Sohle entgegen und es ist dieselbe gleich der in der Richtung der Strömung wirkenden Schwerkraftskomponente. Es ist also dieselbe Kraft, welche auch die Sinkstoffe in Bewegung bringt.

In festen Wänden würde diese Kraft ganz aufgewendet zur Überwindung der Molekularkräfte. In einem beweglichen Bachbette dagegen wird der leichtere Teil der Sinkstoffe allmählich weiter befördert, wodurch ein Teil der bewegenden Kraft des Wassers absorbiert wird. Damit nimmt dessen Geschwindigkeit ab, der Querschnitt, d. h. die Wassertiefe, muss aber entsprechend zunehmen, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist.

Je mehr die Durchflussmenge zunimmt, desto stärker ist der Transport der Sinkstoffe, desto schwereres Material wird befördert, um so grösser ist die Reibung, desto mehr steigt aber auch der Wasserspiegel und damit die bewegende Kraft des Wassers. Es muss somit zwischen der Rauhigkeit des Flussbettes und dem Produkte τI eine Beziehung geben.

In der nachfolgenden Tabelle sind einige Flussläufe, wie z. B. Wolga, Rhein, Aare, Elbe und ihre Zuflüsse, nach diesen Produkten zusammengestellt und finden wir in der Tat eine auffallende Abhängigkeit der Geschwindigkeitskoeffizienten von der Grösse τI in dem Sinne, dass einem grösseren Wassergewichte τI gewöhnlich ein niedrigerer Koeffizient, d. h. eine grössere Rauheit, entspricht, und umgekehrt.

Um das Gesetz, nach welchem diese Änderung des Geschwindigkeitskoeffizienten $m = \sqrt{2 k^3}$ erfolgt, zu finden, wurde Reynolds logarithmische Methode angewendet. 114 Messresultate aus ganz verschiedenen Flussgebieten wurden derart auf einem rechtwinkligen Koordinatensystem graphisch zusammengestellt, dass als Abscissen die Logarithmen des Produktes τI und als Ordinaten die Logarithmen des Geschwindigkeitskoeffizienten m aufgetragen wurden. Bei der Auswahl wurden möglichst ganze Flusssysteme verwendet und nur solche Messungen verworfen, welche an direkt aus Seen abfliessenden Flussläufen angestellt wurden, sowie solche, die einen ganz abnormen, namentlich zu hohen Geschwindigkeitskoeffizienten (z. B. k über 12) besassen.

Die Punkte der Logarithmen der Geschwindigkeitskoeffizienten schaarten sich längs einer geraden Linie, welche mit der Abscissenachse einen Winkel einschloss, dessen Tangente fast vollkommen genau $\frac{1}{6}$ betrug. Daraus und nach Messung des Abstandes des Schnittpunktes dieser Durchschnittslinie vom Nullpunkte des Achsensystems ergab sich in unzweideutiger Weise die Beziehung für den natürlichen Geschwindigkeitskoeffizienten

$$m = \frac{6{,}307}{\sqrt[6]{\tau I}}$$

Dieser Ausdruck in die Formel $v = m\sqrt{\tau I}\sqrt[8]{B}$ eingesetzt, gibt

$$v = 6{,}307\sqrt[3]{\tau I}\sqrt[8]{B}.$$

Selbstverständlich kann auch diese Beziehung nur innert ziemlich weiten Grenzen gelten, schon wegen den vielen, bereits erörterten Komplikationen des Flusslaufes und der Langsamkeit, mit welcher sich ein Flussbett der veränderten Schubkraft τI anpasst. Die Bewegung der Sinkstoffe ist stets bedeutend langsamer als diejenige des Wassers; nach Blackwell (54, 76) kann im grossen und ganzen das Produkt aus dem spezifischen Gewicht und der Geschwindigkeit der Geröllstücke gleich der Geschwindigkeit des Wassers gesetzt werden, d. h. es ist die Geschwindigkeit des Fortrückens der Geschiebe $\varphi = \frac{v}{s}$. Bekanntlich bewegen sich die Sinkstoffe aber ruckweise und es bedeutet diese Geschwindigkeit nur diejenige während eines solchen Ruckes.

In der regulierten Donau bei Wien sind die Kiesbänke in sieben Jahren um 700—1000 m stromabwärts gewandert. Nach den am Oberrhein von Grebenau (76) angestellten Beobachtungen rücken die Uferbänke jährlich um 300—600 m vor. Die Versuche von Sainjou (38) vom Jahre 1862 ergaben ein Fortrücken des Sandes bei einer Wassergeschwindigkeit

von	0,59	0,74	0,84	1,015 m
um	2,62	5,09	6,32	10,28 m

in 24 Stunden. Weil die Formel $v = 6{,}307\sqrt[3]{\tau I}\sqrt[8]{B}$ nur für solche Gewässer gilt, bei welchen sich die Geschiebe der Schubkraft τI angepasst haben, so sei sie hier „Gleichgewichtsformel" genannt, indem sich in diesem Falle Reibung und Schubkraft im Gleichgewicht befinden.

§ 20. Zu untenstehender Tabelle wurden nun 210 zuverlässige Resultate neuerer Geschwindigkeitsmessungen, welche sich zumeist in dem Werke Siedeks (56) finden, zusammengestellt. Einzig die Messungen an der kleinen und grossen Simme dürfen nicht als genau gelten, da hier die mittlere Geschwindigkeit mittelst einer Verhältniszahl 0,70 aus der Oberflächengeschwindigkeit berechnet wurde. Diesem Umstand ist es wohl auch zuzuschreiben, dass hier nicht wie bei der grossen Mehrzahl der übrigen Gewässer einem grösseren τI ein kleineres m entspricht, indem, wie wir sehen werden, der Reduktionsfaktor $\frac{v}{c}$ mit steigender Rauheit abnimmt.

In dieser Tabelle nun finden wir neben den Elementen der Messung die Berechnung des Koeffizienten m aus $m = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\sqrt[8]{B}}$, die Ermittelung der mittleren Geschwindigkeit v′ nach der Formel $v' = 6{,}307\sqrt[3]{\tau I}\sqrt[8]{B}$, eine Vergleichung dieser berechneten mit der gemessenen und mit der nach der Siedek'schen Formel ermittelten Geschwindigkeit v″.

Nachweis der Gleichgewichtsformel für natürliche Flussläufe und deren Geschwindigkeitskoeffizienten.

ufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	r	100 I	100 r I	$\sqrt{r I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m = $\frac{v}{\sqrt{rI}\sqrt[8]{B}}$ $(=\sqrt{2k^3})$	$\sqrt[8]{rI}$	v' $= 6{,}307 \sqrt[3]{rI} \sqrt[8]{B}$	v' − v	$\frac{v'-v}{v}$	v'' − v nach Siedeks Formel	Vergleich mit Siedek
	I. Aaregebiet.																
1	Kander	1895	Spiezwyler	0,417	0,676	0,282	0,0531	4,825	1,218	0,963	14,88	0,141	1,083	+ 0,120	0,125	0,121	Gleich.
2	„	1895	„	0,366	0,676	0,247	0,0497	4,825	1,218	0,875	14,58	0,135	1,037	+ 0,162	0,166	0,084	Ung.
3	„	1898	„	0,576	0,188	0,108	0,0329	5,000	1,223	0,693	17,23	0,103	0,794	+ 0,101	0,145	0,235	Günst.
4	Sense	1898	Laupen	0,323	0,1898	0,0613	0,0247	5,570	1,240	0,535	17,48	0,085	0,664	+ 0,129	0,241	0,016	Ung.
5	„	1897	Unterhalb Schwarzwasser	0,608	0,060	0,0365	0,0191	6,100	1,253	0,429	17,93	0,071	0,563	+ 0,134	0,312	0,010	„ —
6	Saane	1898	Laupen	0,318	0,2183	0,068	0,0190	22,33	1,686	0,702	21,94	0,088	0,935	+ 0,233	0,332	0,096	„
7	Emme	1899	Kirchberg	1,985	0,4200	0,834	0,0913	19,35	1,448	3,449	26,09	0,203	1,855	— 1,594	0 462	0,129	„
8	„	—	Rüderswil	0,479	0,0265	0,0127	0,0113	3,450	1,167	0,368	27,90	0,0503	0,371	+ 0,003	0,008	—	—
9	„	—	„	0,465	0,0240	0,0112	0,0106	3,230	1,157	0,342	27,80	0,0482	0,352	+ 0,010	0,029	—	—
10	„	—	„	0,453	0,0220	0,0100	0,0100	3,235	1,158	0,321	27,72	0,0464	0,338	+ 0,017	0,053	—	—
11	Simme, kleine	1895	Zweisimmen	0,50	2,00	1,000	0,100	2,87	1,140	1,61	(14,12)	0,215	1,544	— 0,066	0,041	—	—
12	Simme, grosse	1897	„	1,45	0,63	0,915	0,956	5,53	1,236	2,94	(22,62)	0,209	1,628	— 1,312	0,446	—	—
13	„ „	1895	„	0,65	0,63	0,409	0,639	5,46	1,235	1,61	(20,39)	0,160	1,556	— 0,054	0,033	—	—
14	„ „	1895	„	0,42	0,63	0,264	0,514	5,44	1,235	1,31	(20,62)	0,138	1,074	— 0,236	0,180	—	—
15	„ „	1879	Lenk	1,15	0,50	0,575	0,758	3,37	1,163	1,89	(21,42)	0,179	1,313	— 0,577	0,305	—	—
16	„ „	1880	„	0,97	0,50	0,485	0,696	3,28	1,158	1,75	(21,28)	0,169	1,235	— 0,515	0,294	—	—
17	„ „	1879	„	0,45	0,50	0,225	0,474	3,22	1,155	1,05	(19,07)	0,131	0,958	— 0,092	0,088	—	—
18	„ „	1890	„	0,32	0,50	0,160	0,400	2,96	1,144	0,95	(20,75)	0,117	0,844	— 0,106	0,111	—	—
19	Aare	1891	Olten	1,082	0,121	0,131	0,0362	44,00	1,605	1,304	22,44	0,109	1,103	— 0,201	0,154	0,071	Ung.
20	„	1899	Aarberg	0,757	0,166	0,125	0,0354	28,15	1,518	1,149	21,39	0,107	1,025	— 0,124	0,108	0,130	Gleich.
21	„	1898	Döttingen	1,434	0,083	0,119	0,0345	53,80	1,646	1,227	21,61	0,106	1,100	— 0,127	0,103	0,162	Günst.
22	„	1896	Bern	0,934	0,110	0,103	0,0321	26,74	1,508	0,706	14,59	0,101	0,961	+ 0,255	0,363	0,204	Ung.
23	„	1895	Thun	0,729	0,082	0,0598	0,0245	14,27	1,394	0,540	(15,81)	0,084	0,738	+ 0,198	0,366	0,021	—
24	„	1900	Wangen	1,721	0,023	0,0396	0,0199	33 38	1,550	0,922	29,89	0,073	0,714	— 0,208	0,226	0,075	Ung.
25	Limmat	1898	Baden	0,893	0,032	0,0286	0,0169	16,54	1,420	0,666	27,75	0,066	0,591	— 0,075	0,113	0,177	Günst.

	II. Rheingebiet.																
26	Hinterrhein	1898	Zillis	0,490	0,158	0,0774	0,0278	6,05	1,253	0,562	16,14	0,092	0,728	+ 0,166	0,339	0,115	Ung.
27	„	1898	Thusis	0,851	0,017	0,0145	0,0120	8,54	1,307	0,227	14,48	0,053	0,436	+ 0,209	0,920	0,227	Günst.
28	„	1899	Rothenbrunnen	0,613	0,241	0,1477	0,0384	15,75	1,411	0,941	17,37	0,114	1,014	— 0,073	0,078	0,070	Gleich.
29	„	1898	„	0,476	0,288	0,137	0,0370	15,16	1,405	0,891	17,13	0,111	0,984	+ 0,093	0,104	0,002	Ung.
30	„	1899	„	0,998	0,469	0,470	0,0686	23,75	1,486	1,867	18,23	0,168	1,572	— 0,295	0,158	0,079	Ung.
31	„	1897	„	0,631	0,148	0,093	0,0305	16,73	1,422	1,124	25,92	0,096	0,862	— 0,262	0,293	0,316	Günst.
32	„	1897	Reichenau	0,981	0,116	0,1140	0,0338	13,63	1,386	1,246	26,62	0,105	0,917	— 0,329	0,264	0,133	Ung.
33	„	1899	„	0,707	0,071	0,0502	0,0224	16,17	1,416	0,599	18,88	0,079	0,704	+ 0,105	0,175	0,153	Günst.
34	Vorderrhein	1899	Ilanz	0,935	0,240	0,244	0,0473	22,80	1,478	1,626	23,26	0,131	1,221	— 0,405	0,249	0,232	Ung.
35	„	1899	„	0,384	0,295	0,1133	0,0337	11,50	1,357	0,641	13,02	0,104	0,890	+ 0,249	0,388	0,106	„
36	„	1899	„	0,368	0,239	0,0879	0,0296	19,80	1,452	0,805	18,73	0,096	0,879	+ 0,074	0,109	0,168	Günst.
37	„	1894	Reichenau	0,926	0,0701	0,06490	0,02545	18,44	1,440	0,760	20,73	0,0866	0,786	+ 0,026	0,034	0,085	„
38	Vereinigt. Rhein	1897	„	0,879	0,267	0,2350	0,0485	24,69	1,493	1,603	22,14	0,133	1,252	— 0,351	0,219	0,195	Ung.
39	Vorderrhein	1898	„	0,463	0,126	0,0583	0,0241	18,03	1,431	0,680	19,72	0,0835	0,754	+ 0,074	0,109	0,123	Günst.
40	Rhein	1898	„	0,797	0,052	0,0414	0,0203	23,16	1,481	0,639	21,26	0,0745	0,698	+ 0,059	0,092	0,148	„
41	„	1899	Felsberg	1,041	0,265	0,276	0,0525	27,95	1,516	1,369	17,20	0,1393	1,333	— 0,036	0,027	0,226	„
42	„	1899	Tardisbrücke	1,169	0,155	0,1812	0,04244	25,45	1,499	1,640	21,50	0,1699	1,150	— 0,490	0,299	0,221	Ung.
43	„	1898	„	0,871	0,086	0,0746	0,02731	18,86	1,287	0,872	24,80	0,1105	0,737	— 0,135	0,155	0,202	Günst.
44	„	1887	Flurlingen	2,029	0,016	0,0325	0,0180	50,25	1,632	0,904	30,77	0,0687	0,709	— 0,195	0,216	0,192	Gleich.
45	„	1887	Nol	2,146	0,016	0,0343	0,0185	42,23	1,599	0,864	29,21	0 0698	0,704	— 0,160	0,185	0,081	Ung.
46	„	1867	Basel	2,128	0,1218	0,2592	0,0509	100,63	1,779	1,945	21,48	0,1373	1,539	— 0,240	0,254	—	—
47	Tamina	1898	Ragaz	0,185	0,311	0,0575	0,0240	5,58	1,240	0,376	29,77	0,0831	0,650	+ 0,274	0,728	0,007	Ung.
	III. Gebiet der Elbe.																
48	Eger	1876	Warta	0,278	0,8699	0,2419	0,0492	20,36	1,457	0,704	9,82	0,1343	1,234	+ 0,530	0,752	—	—
49	„	1876	„	0,508	0,3352	0,1703	0,4130	14,27	1,394	0,535	9,29	0,1193	1,049	+ 0,514	0,968	—	—
50	„	1876	„	0,304	0,0960	0,0292	0,0171	35,69	1,563	0,357	13,36	0,0663	0,653	+ 0,296	0,828	—	—
51	„	1876	„	0,385	0,0748	0,0288	0,0170	30,51	1,533	0,331	12,70	0,0661	0,632	+ 0,330	0,997	—	—
52	„	1876	Falkenau	0,600	0,1866	0,112	0,0335	18,35	1,439	0,645	13,38	0,1038	0,943	+ 0,298	0,455	—	—
53	„	1876	„	0,605	0,1708	0,103	0,0321	20,05	1,455	0,585	12,52	0,1010	0,928	+ 0,343	0,590	—	—
54	„	1876	„	0,726	0,0896	0,0650	0,0255	19,32	1,448	0,506	13,70	0,0846	0,774	+ 0,268	0,530	—	—
55	„	1876	„	0,526	0,0891	0,0468	0,0216	15,52	1,409	0,868	28,52	0,0776	0,680	— 0,188	0,216	—	—
56	„	1876	„	0,768	0,0427	0,0328	0,0181	14,86	1,401	0,622	24,53	0,0689	0,610	— 0,012	0,019	—	—
57	„	1876	„	1,003	0,0213	0,0214	0,0146	16,20	1,416	0,437	21,13	0,0598	0,534	+ 0,097	0,222	—	—
58	„	1876	„	0,946	0,0213	0,0201	0,0142	15,25	1,406	0,492	24,64	0,0586	0,520	+ 0,028	0,057	—	—
59	„	1876	„	0,634	0,0231	0,0146	0,0121	14,27	1,394	0,783	46,40	0,0526	0,463	— 0,320	0,407	—	—
60	„	1876	„	1,109	0,0132	0,0146	0,0121	15,97	1,414	0,401	23,44	0,0526	0,470	+ 0,069	0,172	—	—
61	„	1876	„	1,206	0,0036	0,0043	0,0066	18,80	1,443	0,313	33,06	0,035	0,319	+ 0,006	0,192	—	—

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	r	100 I	100 r I	$\sqrt{rI}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m = $\frac{v}{\sqrt{rI}\sqrt[8]{B}}$ $(=\sqrt{2k^3})$	$\sqrt[3]{rI}$	v' = 6,307 $\sqrt[3]{rI}\sqrt[8]{B}$	v'—v	$\frac{v'-v}{v}$	v''—v nach Siedeks Formel	Vergleich mit Siedek
62	Eger	1876	Falkenau	1,069	0,0020	0,00214	0,00463	12,75	1,375	0,521	81,84	0,0277	0,241	— 0,280	0,537	—	—
63	„	1876	„	0,728	0,0027	0,00196	0,00443	14,69	1,399	0,663	106,97	0,0268	0,236	— 0,427	0,634	—	—
64	„	1876	„	0,904	0,0020	0,00181	0,00426	14,43	1,396	0,544	91,48	0,0265	0,237	— 0,307	0,564	—	—
65	Moldau	1877	Budweis	0,929	0,320	0,2973	0,0545	15,62	1,410	1,742	22,67	0,1437	1,279	— 0,463	0,264	—	—
66	„	1877	„	1,135	0,167	0,1895	0,0435	22,52	1,476	0,779	12,13	0,1236	1,152	+ 0,373	0,478	—	—
67	„	1877	„	1,593	0,105	0,1673	0,0409	23,90	1,487	0,936	15,39	0,1187	1,115	+ 0,179	0,191	—	—
68	Sazawa	1876	Poric	0,378	0,0474	0,0179	0,0134	22,90	1,479	0,578	29,21	0,0563	0,526	— 0,052	0,090	—	—
69	„	1876	„	0,928	0,0092	0,00854	0,00924	26,45	1,506	0,250	19,44	0,0440	0,418	+ 0,168	0,671	—	—
70	„	1876	„	0,342	0,0240	0,00821	0,00287	43,45	1,618	0,413	31,10	0,0434	0,444	+ 0,031	0,075	—	—
71	„	1876	„	0,966	0,0068	0,00657	0,00256	25,15	1,496	0,253	66,06	0,0404	0,382	+ 0,029	0,115	—	—
72	Elbe	1877	Tetschen	2,88	0,0730	0,2102	0,0459	72,5	1,708	1,75	22,32	0,1281	1,381	— 0 369	0,211	0,143	Ung.
73	„	1877	„	2,48	0,0730	0,1810	0,0426	70,4	1,702	1,63	22,48	0,1219	1,311	— 0 319	0,196	0,032	„
74	„	1877	„	2,27	0,0720	0,1634	0,0404	69,2	1,698	1,48	21,57	0,1177	1,262	— 0 218	0,147	0,039	„
75	„	1877	„	1,81	0,0670	0,1213	0,0348	65,4	1,687	1,21	20,61	0,1067	1,137	— 0,073	0,060	0 018	„
76	„	1877	„	1,67	0,0640	0,1069	0,0327	63,6	1,681	1,16	21,12	0,1019	1,082	— 0,078	0,067	0,099	Günst.
77	„	1877	„	1,37	0,0580	0,0795	0,0282	59,3	1,666	0,98	20,85	0,0926	0,975	— 0,005	0,005	0,084	„
78	„	1877	„	1,13	0,0520	0,0588	0,0243	57,1	1,658	0,80	19,85	0,0837	0,876	+ 0,076	0,095	0,090	„
79	„	1877	„	1,08	0,0520	0,0562	0,0237	56,1	1,654	0,82	20,92	0,0824	0,862	+ 0,042	0,051	0,059	„
80	„	1877	„	1,08	0,0510	0,0551	0,0235	52,7	1,642	0,81	20,98	0,0818	0,848	+ 0,038	0,047	0,023	Ung.
81	„	—	Herrnskretschen	2,096	0,0315	0,0660	0,0257	60,2	1,669	1,11	25,88	0,0870	0,916	— 0,194	0,175	—	„
82	„	1885	Rosslau	2,096	0,0267	0,0559	0,0237	55,35	1,651	0,820	20,97	0,0819	0,855	+ 0,035	0,043	0,093	Günst.
83	„	—	„	1,130	0,0400	0,0452	0,0231	50,00	1,631	0,769	22,14	0,0767	0,791	+ 0,022	0,029	0,051	„
84	„	1885	„	1,881	0,0230	0,0433	0,0208	62,10	1,676	0,872	25,01	0,0756	0,800	— 0,072	0,083	0,089	„
85	„	1885	„	1,906	0,0215	0,0410	0,0202	62,3	1,676	0,910	24,70	0,0741	0,785	— 0,125	0,137	0,138	„
86	„	1885	„	1,810	0,0220	0,0398	0,0173	31,5	1,539	0,720	27,02	0,0735	0,715	— 0,005	0,007	0,109	„
87	„	1885	„	0,806	0,0213	0,0385	0,0196	62,0	1,675	0,850	25,89	0,0726	0,805	— 0,045	0,053	0,133	„
88	„	1886	„	1,999	0,0180	0,0359	0,0190	59,3	1,666	0,811	25,61	0,0710	0,747	— 0,064	0,079	0,040	Ung.
89	„	1885	„	1,850	0,0120	0,0222	0,0149	31,5	1,539	0,692	30,14	0,0626	0,607	— 0,085	0,135	0,011	„
90	„	—	Magdeburg	1,51	0,0360	0,0544	0,0233	57,8	1,661	0,730	18,86	0,0815	0 856	+ 0,126	0,173	0,000	„
91	„	—	„	1,39	0,0360	0,0504	0,0225	57,8	1,661	0,758	20,28	0,0795	0,848	+ 0,090	0,119	0,073	„
92	„	—	Lenzen	2,23	0,0050	0,0111	0,0105	61,25	1,674	0,612	34,81	0,0480	0,507	— 0,105	0,172	0,122	Günst.
93	„	—	„	2,20	0,0050	0,0110	0,0105	58,25	[illegible]	0,582	33,35	0,0478	0,503	— 0,079	0,136	0,094	„

94	Elbe	1884	Darchau	3,744	0,0128	0,0479	0,0219	310,75	2,049	0,853	19,01	0,0182	1,006	+ 0,153	0,179	0,108	Ung.
95	"	1884	"	2,577	0,0118	0,03041	0,0174	309,75	2,048	0,848	23,79	0,0672	0,862	+ 0,014	0,065	0,041	Günst.
96	"	1884	"	2,529	0,0121	0,03040	0,0174	213,75	1,955	0,801	23,56	0,0672	0,830	+ 0,029	0,036	0,030	"
97	"	1884	"	2,470	0,0113	0,0279	0,0167	212,40	1,954	0,775	23,75	0,0653	0,806	+ 0,031	0,040	0,027	Ung.
98	"	1884	"	1,210	0,0140	0,01694	0,0130	126,50	1,831	0,586	24,62	0,0553	0,640	+ 0,054	0,092	0,086	Günst
99	"	1884	"	1,210	0,0140	0,01694	0,0130	126,50	1,831	0,579	24,33	0,0553	0,640	+ 0,061	0,105	0,079	"
100	"	1897	Artlenburg	1,520	0,0020	0,00304	0,0130	136,50	1,848	0,413	40,56	0,0323	0,376	— 0,037	0,090	0,218	Ung.
101	"	1897	"	1,470	0,0020	0,00294	0,00542	136,25	1,848	0,441	44,10	0,0317	0,360	— 0,081	0,184	0,291	Günst.
102	"	1884	"	2,642	0,0089	0,02351	0,00943	139,2	1,854	0,668	38,21	0,0616	0,721	+ 0,053	0,079	0,054	Gleich
103	"	1881	Altengamm	5,333	0,9152	0,0811	0,02852	295,5	2,036	1,17	20,16	0,0932	1,187	+ 0,017	0,014	—	—
104	"	—	Dom	1,26	0,0070	0,00882	0,00939	80,80	1,732	0,569	34,99	0,0438	0,478	— 0,091	0,160	0,199	Günst.
105	"	—	"	1,28	0,0029	0,00371	0,00609	80,80	1,732	0,636	60,29	0,0336	0,367	— 0,269	0,422	0,432	"
106	Havel	1895	Havelsberg	1,07	0,0074	0,00792	0,00890	27,5	1,513	0,455	33,79	0,0429	0,410	— 0,045	0,098	0,177	"
107	"	1895	"	1,68	0,0019	0,00319	0,00565	28,0	1,517	0,321	37,45	0,0317	0,301	— 0,020	0,062	0,029	Gleich
	VI. Andere Flussgebiete.																
108	Mississippi	1858	Vicksburg	19,89	0,00638	0,1269	0,0356	415,9	2,123	2,118	27,95	0,1083	1,452	— 0,666	—	—	—
109	"	1858	Columbus	20,37	0,00680	0,1383	0,0372	337,4	2,070	2,121	27,58	0,1111	1,450	— 0,671	—	—	—
110	"	1858	Vicksburg	9,583	0,00223	0,0214	0,0146	382,0	2,100	1,074	35,85	0,0725	1,422	+ 0,348	—	—	—
111	Tiber	1882	Rom	5,14	0,008	0,04112	0,0203	47,50	1,620	1,18	35,88	0,0754	0,763	— 0,417	03,53	—	—
112	"	1882	"	3,86	0,008	0,03088	0,0176	46,00	1,614	0,95	33,36	0,0672	0,685	— 0,265	0,279	—	—
113	"	1882	"	2,18	0,008	0,01744	0,0132	43,50	1,603	0,78	36,86	0,0556	0,563	— 0,217	0,278	—	—
114	Kocher	1896	Künzelsau	0,90	0,0260	0,0234	0,0153	11,75	1,353	0,37	17,87	0,0613	0,523	+ 0,153	0,411	0,145	Gleich
115	"	1899	"	0,73	0,0075	0,0055	0,0074	11,65	1,352	0,24	24,00	0,0380	0,324	+ 0,084	0,350	0,020	Ung.
116	Murr	1890	Steinheim	1,14	0,0165	0,0188	0,0137	6,55	1,265	0,30	17,31	0,0572	0,457	+ 0,157	0,522	0,305	Günst.
117	"	1894	"	1,06	0,0054	0,0057	0,0076	6,50	1,264	0,12	12,56	0,0384	0,313	+ 0,193	1,606	0,283	"
118	Neckar	1894	Klingenberg	1,48	0,0080	0,0118	0,0109	26,1	1,503	0,42	25,64	0,0572	0,543	+ 0,123	0,130	0,083	Ung.
119	"	1889	"	1,93	0.0220	0,0425	0,0206	26,3	1,505	0,58	18,71	0,0767	0,730	+ 0,150	0,258	0,334	Günst.
120	"	1892	Untertürkheim	1,31	0,0060	0,0078	0,00883	17,3	1,428	0,28	22,26	0,0427	0,385	+ 0,105	0,375	0,154	"
121	"	1892	"	1,50	0,0200	0,0300	0,01730	17,3	1,428	0,56	22,67	0,0669	0,603	+ 0,043	0,077	0,204	"
122	Feistritz	1893	Förtschach	0,756	0,0100	0,00756	0,00869	12,8	1,375	0,271	22,66	0,0422	0,366	+ 0,095	0,351	0,022	Ung.
123	San	1897	Radomischl	0,640	0,0345	0,0221	0,01490	82,0	1,375	0,530	20,50	0,0604	0,662	+ 0,132	0,249	0,196	Günst.
124	"	1897	Grabowice	0,970	0,0065	0,0063	0,00794	26,0	1,503	0,484	40,56	0,0397	0,374	— 0,110	0,227	0,270	"
125	"	—	Rzuchow	1,42	0,0020	0,00284	0,00533	45,5	1,612	0,353	41,09	0,0310	0,312	— 0,041	0,116	0,142	"
126	"	1897	Ujscie	1,82	0,0015	0,00273	0,00523	38,2	1,577	0,289	35,04	0,0301	0,299	+ 0,010	0,034	0,045	"
127	Wolga	1890	Szamara	11,536	0,0051	0,05883	0,0242	693,3	2,265	1,259	22,95	0,0837	1,390	+ 0,131	0,104	0,043	Ung.
128	"	1890	"	8,965	0,0044	0,03945	0,0198	674,0	2,257	1,089	24,37	0,0733	1,176	+ 0,087	0,080	0,047	"
129	"	1888	"	7,058	0,0042	0,02964	0,0172	648,2	2,246	0,954	24,69	0,0676	0,958	+ 0,004	0,004	0,059	Günst.
130	"	1890	"	6,847	0,0033	0,0226	0,0150	663,6	2,241	0,871	25,91	0,0608	0,862	— 0,009	0,010	0,094	"
131	"	1888	"	5,337	0,0032	0,0171	0,0131	616,9	2,232	0,755	25,82	0,0554	0,781	+ 0,026	0,034	0,121	"

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	τ	100 I	100 τ I	$\sqrt{\tau I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	$m = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\sqrt[8]{B}}$ $(=\sqrt{2k^3})$	$\sqrt[3]{\tau I}$	$v' = 6,307\sqrt[3]{\tau I}\sqrt[8]{B}$	v'—v	$\frac{v'-v}{v}$	v''—v nach Siedeks Formel	Vergleich mit Siedek
132	Wolga	1889	Szamara	5,808	0,0028	0,0163	0,0128	607,1	2,228	0,677	23,74	0,0546	0,768	+ 0,091	0,134	0,036	Ung.
133	„	1890	„	4,453	0,0024	0,0107	0,0103	557,6	2,204	0,557	24 54	0,0474	0,660	+ 0,103	0,185	0,073	„
134	„	1889	Shiguly II	6,583	0,0042	0,02765	0,0166	922,2	2,347	0,765	19,63	0,0663	0,984	+ 0,219	0,286	0,077	„
135	„	1889	„	13,574	0,0017	0,02307	0,0152	1332,7	2,458	0,961	25,72	0,0613	0,952	— 0,009	0,009	0,169	Günst.
136	„	1889	„	10,604	0,0014	0,01484	0,0122	1308,3	2,452	0,866	28,95	0,0529	0,820	— 0,046	0,053	0,182	„
137	Nil	—	Cairo	1,463	0,0009	0,01317	0,0155	752,0	2,288	0,82	31,16	0 0536	0,774	— 0,046	0,056	—	—
138	Elbe	—	Sobieslau	0,51	0,0376	0,01917	0,0138	20,4	1,458	0,230	11,43	0,0575	0,529	+ 0,299	1,300	0,036	Ung.
139	„	1892	Galliner Durchstich	1,120	0,0300	0,03360	0,01831	50,0	1,632	0,743	24,83	0,0694	0,716	— 0,027	0,036	0,129	Günst.
140	„	1884	„	1,851	0,0225	0,04164	0,0277	52,8	1,640	0,956	21,37	0,0746	0,773	— 0,183	0,191	0,171	Ung.
141	„	1885	Mühlberg	1,452	0,0080	0,01162	0,01076	57,5	1,658	0,511	28,40	0,0487	0,511	0,000	0,000	0,155	Günst.
142	„	1883	„	2,225	0,0151	0,03336	0,01832	53,6	1,662	0,757	25,22	0,0694	0,728	— 0,029	0,038	0,011	Ung.
143	„	1883	„	2,983	0,0185	0,0552	0,02348	56,5	1,655	1,045	28,74	0,0819	0,856	— 0,189	0,181	0,020	„
144	„	1893	Grosszschepa	1,334	0,0143	0,01907	0,01380	54,0	1,648	0,587	26,18	0,0574	0,597	+ 0,010	0,170	0,170	Günst.
145	„	1893	„	1,876	0,0200	0,03752	0,01935	56,3	1,654	0,828	25,82	0,0721	0,749	— 0,079	0,095	0,078	Gleich
146	„	1893	„	2,498	0,0254	0,06323	0,02520	57,3	1,658	1,131	27,16	0,0857	0,897	— 0,234	0,207	0,029	Ung.
147	„	1892	Torgau	1,21	0,0120	0,01452	0,01203	58,2	1,662	0,546	27,30	0,0525	0,552	+ 0,006	0,011	0,146	Günst.
148	„	1885	„	1,333	0,0223	0,02952	0,01717	55,0	1,650	0,723	25,50	0,0665	0,693	— 0,030	0,041	0,192	„
149	„	1886	„	1,708	0,0172	0,02941	0,01713	57,7	1,660	0,881	30,96	0,0664	0,722	— 0,159	0,180	0,264	„
150	„	1893	Schöna	1,350	0,0153	0,02117	0,01454	56,5	1,656	0,515	20,60	0,0596	0,623	+ 0,108	0,209	0,073	Ung.
151	„	1893	„	2,084	0,0185	0,03859	0,01962	59,5	1,667	0,746	22,78	0,0727	0,765	+ 0,019	0,025	0,022	Gleich
152	„	1893	„	2,508	0,0233	0,05843	0,02425	60,0	1,668	0,944	23,56	0,0836	0,881	— 0,063	0,067	0,048	Ung.
153	„	1885	Bartelsweder	1,347	0,0150	0,02021	0,01420	68,0	1,694	0,690	28,67	0,0586	0,626	— 0,064	0,093	0,173	Günst.
154	„	1885	„	2,525	0,0139	0,03510	0,01872	72,0	1,706	0,856	26,29	0,0705	0,760	— 0,096	0,112	0,097	Gleich
155	„	1886	„	2,123	0,0179	0,03801	0,01948	70,3	1,717	0,799	23,87	0,0724	0,786	— 0,013	0,016	0,044	Günst.
156	„	1893	Kötschenbroda	1,285	0,0029	0,00372	0,00610	80,0	1,730	0,380	36,08	0,0337	0,368	— 0,012	0,032	0,175	„
157	„	1893	„	2,855	0,0090	0,02569	0,01602	91,0	1,757	0,824	29,90	0,0649	0,721	— 0,103	0,125	0,104	Gleich
158	„	1893	„	3,436	0,0089	0,03437	0,01851	94,1	1,763	1,024	31,59	0,0700	0,779	— 0,245	0,239	0,213	Ung.
159	„	1885	Barby	1,491	0,0181	0,02701	0,01642	80,9	1,731	0,787	27,66	0,0646	0,706	— 0,081	0,097	0,156	Günst.
160	„	1885	„	1,583	0,0183	0,02899	0,0170	81,6	1,732	0,816	27,69	0,0661	0,723	— 0,093	0,088	0,208	„
161	„	1883	„	2,130	0,0213	0,0454	0,0213	84,0	1,739	0,887	24,23	0,0768	0,843	— 0,044	0,050	0,088	„
162	„	—	Hämaten	1,080	0,0300	0,0324	0,0180	81,25	1,733	0,728	23,33	0,0686	0,751	+ 0,023	0,032	0,052	„
163	„	1884	„	2,243	0,0184	0,04127	0,0203	160,0	1,879	0,910	23,86	0,0744	0,882	— 0,028	0,031	0,035	„
164	„	1885	„	4,258	0,0240	0,1022	0,0319	374,9	2,100	1,086	16,21	0,1006	0,333	+ 0,247	0,227	0,389	„
165	Donau	1894	Scheer	1,37	0,0120	0,0164	0,0128	5,08	1,225	0,50	31,85	0,0547	0,423	— 0,077	0,154	0,204	„

166	Donau	1894	Scheer	1,98	0,0130	0,0254	0,0160	15,15	1,405	0,74	32,87	0,0632	0,560	—	0,180	0,243	0,127 Ung.
167	"	1894	Beuron	1,03	0,0812	0,0836	0,0290	12,75	1,373	0,72	18,08	0,0942	0,816	—	0,100	0,139	0,107 Gleich
168	"	1894	Zell	0,87	0,0430	0,0372	0,0193	13,45	1,385	0,67	25,06	0,0513	0,448	—	0,222	0,302	0,098 Ung.
169	"	1894	"	1,47	0,0292	0,0424	0,0206	15,85	1,546	1,09	34,20	0,0751	0,733	—	0,357	0,327	0,226 "
170	"	1894	Munderkingen	1,07	0,0280	0,0303	0,0175	14,02	1,390	0,59	24,26	0,0671	0,588	—	0,002	0,003	0,003 Gleich
171	"	1894	"	1,98	0,0600	0,1189	0,0345	15,05	1,403	1,12	23,13	0,1050	0,929	—	0,191	0,171	0,354 Günst.
172	"	1894	Hundersingen	0,63	0,1020	0,0643	0,0253	18,00	1,597	0,46	11,37	0,0863	0,869	+	0,439	0,095	0,117 Ung.
173	"	1894	"	1,09	0,1200	0,1112	0,0333	19,15	1,654	0,97	17,60	0,1035	1,078	+	0,108	0,111	0,213 Günst.
174	"	1894	Berg	0,80	0,0730	0,0585	0,0242	18,05	1,435	0,70	20,17	0,0836	0,756	+	0,056	0,080	0,187 "
175	"	1894	"	1,42	0,0980	0,1392	0,0373	23,80	1,780	1,25	18,82	0,1116	1,253	+	0,003	0,002	0,054 "
176	Donaukanal	1899	Donaukanal	2,27	0,0207	0,0465	0,0215	19,85	1,453	0,63	20,12	0,0774	0,709	+	0,079	0,125	0,387 "
177	"	1899	"	3,36	0,0345	0,1160	0,0340	24,40	1,795	1,27	20,78	0,1051	1,189	—	0,081	0,064	0,319 "
178	"	1899	"	3,47	0,0351	0,1220	0,0349	24,90	1,807	1,40	22,18	0,1069	1,216	—	0,184	0,131	0,245 "
179	"	1899	"	4,77	0,0391	0,1862	0,0431	26,90	1,509	1,98	30,38	0,1229	1,169	—	0,811	0,409	0,095 Ung.
180	"	1899	"	5,94	0,0360	0,2137	0,0462	29,90	1,528	2,62	37,13	0,1289	1,241	—	1,379	0,526	0,366 "
181	Donau	1894	Friedingen	0,36	0,5300	0,1907	0,04366	15,10	1,404	0,72	11,74	0,1237	1,097	+	0,377	0,523	0,189 "
182	"	1894	Gögglingen	0,60	0,1770	0,1061	0,3259	25,05	1,495	0,83	17,04	0,1019	0,960	+	0,130	0,157	0,037 "
183	"	1894	"	1,36	0,0940	0,1279	0,3572	26,62	1,508	1,23	22,82	0,1085	1,031	—	0,199	0,106	0,038 "
184	"	1894	Steinhaile	0,96	0,1200	0,1152	0,03392	33,65	1,553	1,03	19,55	0,1048	1,027	—	0,003	0,002	0,050 Günst.
185	"	1894	"	1,38	0,0860	0,1187	0,0343	34,25	1,556	1,30	19,35	0,1057	1,038	—	0,262	0,201	0,201 Ung.
186	"	1893	Ulm	0,75	0,2700	0,2025	0,04504	39,15	1,582	1,06	14,85	0,1264	1,262	+	0,202	0,187	0,378 Günst.
187	"	1894	"	0,93	0,1200	0,1116	0,03340	40,00	1,587	1,19	22,40	0,1035	1,030	—	0,160	0,134	0,078 Ung.
188	"	1894	"	1,15	0,0780	0,0897	0,02992	41,20	1,593	1,45	36,76	0,0964	0,971	—	0,479	0,330	0,584 Günst.
189	"	1899	Kaiser Franz Joseph Brücke	3,40	0,0412	0,1401	0,03742	68,65	1,695	1,52	23,87	0,1119	1,197	—	0,323	0,213	0,098 Ung.
190	"	1899	"	3,58	0,0508	0,1818	0,04261	131,05	1,839	2,01	25,63	0,1219	1,416	—	0,594	0,295	−0,162 "
191	"	1899	"	4,76	0,0557	0,2651	0,05143	133,25	1,842	2,51	25,88	0,1384	1,608	—	0,902	0,359	−0,072 "
192	"	1899	"	3,60	0,0602	0,2166	0,04660	345,80	2,076	2,40	24,79	0,1294	1,696	—	0,704	0,293	−0,118 "
193	"	1899	"	4,51	0,0550	0,2754	0,05242	395,90	2,111	2,41	24,10	0,1401	1,868	—	0,542	0,225	+0,014 "
194	"	1899	"	4,94	0,0500	0,247	0,04966	402,25	2,117	2,49	23,66	0,1352	1,807	—	0,683	0,274	+0,032 "
195	"	1897	Kuchelau	2,39	0,0550	0,1315	0,03642	143,25	1,860	1,69	24,90	0,1095	1,294	—	0,396	0,234	−0,297 "
196	"	1897	"	3,28	0,0550	0,1803	0,04244	145,00	1,864	1,94	24,49	0,1217	1,433	—	0,507	0,261	−0,265 "
197	"	1887	"	4,22	0,0486	0,2051	0,04525	214,00	1,956	2,02	22,78	0,1270	1,568	—	0,452	0,223	+0,133 "
198	"	1897	Wien Durchstich	2,31	0,0630	0,1455	0,03812	135,95	1,848	1,55	21,88	0,1133	1,322	—	0,228	0,147	−0,075 "
199	"	1897	" "	3,41	0,0573	0,1954	0,0442	139,50	1,856	1,93	23,50	0,1250	1,465	—	0,465	0,241	−0,008 "
200	Reuss	1898	Mellingen	1,050	0,0373	0,03918	0,01979	22,63	1,476	0,615	21,02	0,07311	0,681	+	0,066	0,107	0,038 "
201	"	1900	Gisikon	0,81	0,1204	0,09760	0,0314	25,55	1,498	1,221	38,55	0,0991	0,936	—	0,285	0,233	0,322 Günst.
202	"	1900	Luzern	1,63	0,0064	0,01043	0,01021	30,44	1,545	0,665	42,08	0,04692	0,457	—	0,208	0,319	0,198 Gleich
203	Rhone	1887	Porte du Scex	1,032	0,0460	0,04746	0,02177	29,08	1,524	0,934	28,28	0,0780	0,750	—	0,184	0,197	0,355 Günst.
204	"	1893	Outre Rhône	0,692	0,1090	0,0755	0,02748	30,73	1,535	1,016	24,07	0,0910	0,881	—	0,135	0,133	0,240 "
205	"	1893	" "	2,280	0,1490	0,3399	0,05825	40,00	1,585	2,54	27,50	0,1503	1,502	—	1,038	0,408	0,102 Ung.
206	"	1899	La Plaine	1,687	0,1227	0,2070	0,04623	33,00	1,548	1,568	21,87	0,1274	1,243	—	0,325	0,207	0,175 "
207	"	1899	" "	1,968	0,1236	0,2432	0,04927	46,40	1,615	1,993	25,03	0,1344	1,368	—	0,625	0,314	0,009 "
208	"	1887	Porte du Scex	0,969	0,1002	0,0971	0,03115	35,73	1,564	1,266	25,92	1,0990	0,976	—	0,290	0,229	0,343 Günst.
209	Rhein	1898	Haldenstein	0,686	0,0811	0,0556	0,02357	23,57	1,485	0,810	23,57	0,0822	0,770	—	0,040	0,049	0,229 "
210	Drau	1899	Villach	1,904	0,056	0,1066	0,03260	27,05	1,510	1,066	21,64	0,01022	0,973	—	0,093	0,087	0,202 "

In der letzten Kolonne dieser Tabellen findet sich angegeben, ob meine Gleichgewichtsformel ein günstigeres, ungünstigeres oder gleiches Resultat ergab, als die Siedek'sche Formel. Als „gleich" wurde ein Unterschied der Differenzen beider Formeln mit der wirklichen Geschwindigkeit von 1% und darunter angenommen. Die Messungen Nr. 138 bis 210, ebenso die eingeklammerten Koeffizienten sind nicht zur graphischen Ermittelung der Gleichgewichtsformel mitbenutzt worden, sondern stehen hier lediglich als Kontrolle der letzteren.

Bei aufmerksamem Durchgehen der Tabelle finden wir nun vorerst wirklich eine sehr schöne Bestätigung der Abhängigkeit des Koeffizienten m von dem Produkte τI. Sodann sehen wir, dass die Formel namentlich bei den Strömen der Niederungen eine durchschnittlich sehr befriedigende Übereinstimmung mit den Messungen aufweist, aber auch bei den mittleren und obersten Strecken der Flussläufe gilt, so gut als es bei der Natur der Gewässer erwartet werden darf.

Von den 204 hier in Betracht fallenden Messungen obiger Tabelle stimmten

49	Fälle	oder	25%	bis	auf	5	cm	genau
43	„	„	21 „	„	„	5—10	„	„
46	„	„	22 „	„	„	10—20	„	„
66	„	„	32 „	„	„ über	20	„	„

und

66	Messungen	oder	33%	bis	auf	10%	genau
61	„	„	29 „	„	„	20 „	„
44	„	„	21 „	„	„	35 „	„
33	„	„	17 „	„	„ über	35 „	„

Dass 17% der in die Untersuchung einbezogenen Messungen gar nicht mit der Formel stimmen, beweist nicht die Mangelhaftigkeit der Formel, sondern dass diese Aufnahmen an ganz anormalen Flussstrecken geschahen. Etwa die Hälfte davon machen die Plenkner'schen Angaben aus, welche stark serpentinierende, vielfach gestaute Flussläufe betreffen. Einige andere Messungen, wie Nr. 7 und 2, sind blosse Oberflächenschwimmer-Messungen oder beruhen auf Übertragungen der Koeffizienten auf andere Pegelstände.

Da im ganzen 68% bis auf 20 cm und 83% bis auf 35 cm genau mit der Formel übereinstimmen, so dürfte damit die Richtigkeit der letzteren genügend nachgewiesen sein.

Interessieren dürfte vielleicht noch ein Vergleich meiner Formel mit der Siedek'schen, die auch eine recht hübsche Übereinstimmung mit den Messungen bietet.

Von den 166 nach Siedek berechneten und seiner Schrift entnommenen Messungen stimmten

79 Fälle oder	48 % besser	bei meiner, als bei der Siedek'schen Formel	
73 „ „	44 „ weniger gut bei meiner	„ „ „ „ „	
14 „ „	8 „ gleich gut bei meiner wie bei	„ „ „ „	

Die Gleichgewichtsformel gibt sonach noch etwas günstigere Resultate. Vorstehende Formel und Tabelle dienen auch als Nachweis der Richtigkeit der Annahme, dass in offenen Kanälen, Flüssen und Strömen das Gesetz der Bewegung auch bei dem schwächsten Gefälle stets dasselbe bleibt. Ebenso ist damit dargetan, dass man in natürlichen Flussläufen mit Geschieben eines eigentlichen Rauhigkeitskoeffizienten, unter normalen Verhältnissen, entbehren kann. Je nach der Art des Geschiebes, ob knollig oder mehr schiefrig, nach dem spezifischen Gewicht etc., dürfte der Koeffizient 6,307 zwar ein wenig variieren, doch wohl nur in untergeordnetem Masse.

Um daherige Untersuchungen möglichst fruchtbar zu machen, dürfte es sich empfehlen, bei Messungen an Flussläufen stets anzugeben, ob solche bei beginnendem oder herrschendem Hoch- oder Niederwasser geschahen und wie viel Zeit seit dem letzten Hoch- bezw. Niederwasser verflossen ist. Je genauer solche Angaben, nebst denjenigen über die Grösse und Art der Geschiebe, gemacht werden, desto sicherer werden wir nach und nach auch die Gesetze der Bewegung der Geschiebe erkennen.

Der letzten Tabelle ist ferner zu entnehmen, dass das Produkt τI, welches wir hier die „spezifische Schubkraft“ eines Flusslaufes nennen wollen, im allgemeinen mit der Nähe des Meeres, der Verflachung des Landes, abnimmt. Wildwasser haben eine weit grössere Schubkraft, als die Ströme der Niederungen.

Die Formel $m = \frac{6{,}307}{\sqrt[6]{\tau I}}$ gibt uns nun auch das Mittel an die Hand, die Gewässer nach ihrer Haupteigenschaft, der bewegenden Kraft, zu beurteilen.

Als Wildwasser bezeichnet man gewöhnlich Gewässer mit einem Geschwindigkeitskoeffizienten m von durchschnittlich 17,4 und einer spez. Schubkraft von 0,00225 Tonnen per m² Sohlenfläche. Bäche und Flüsse dagegen besitzen im Gleichgewichtszustande einen Geschwindigkeitskoeffizienten von durchschnittlich 24,9 und eine spezifische Schubkraft von 0,00026 Tonnen. Gewässer mit einem Geschwindigkeitskoeffizienten von ca. 29,6 und einer Schubkraft von 0,0000926 Tonnen bezeichnet man, wenn sie gleichzeitig eine gewisse Breite besitzen, gewöhnlich als Ströme. Mit dem Steigen und Fallen des Wasserstandes eines Gewässers kann dessen Charakter wechseln. Ein Fluss kann z. B. zum Wildwasser werden, wenn ein Hochwasser so lange besteht, dass sich die Geschiebe demselben angepasst haben, umgekehrt zum Strom bei länger andauerndem Niederwasser.

In der Koeffizienten-Tabelle des Anhanges sind nun 209 ganz zuverlässige Messungen an geschiebeführenden Gewässern verschiedener Länder

nach dieser Einteilung rubriziert, ihre $m_0 = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\sqrt[8]{B}}$ berechnet und die Differenzen dieser m_0 mit dem durchschnittlichen m der ganzen Gewässerklasse (Wildbach, Fluss, Strom) in Prozenten von m_0 ausgedrückt.

Wie wir sehen, gibt uns schon die Anwendung dieser drei Koeffizienten eine in Anbetracht des Gegenstandes ganz erfreuliche Übereinstimmung mit den tatsächlichen Messungen.

Für Gewässer ohne oder mit ungenügendem Geschiebe passt die Gleichgewichtsformel natürlich nicht. Dafür tritt dann im ersteren Falle mit grosser Schärfe die allgemeine Formel $v = m\sqrt{\tau I}\sqrt[8]{B}$ in Kraft, mit dem Koeffizienten für Erde, im Mittel etwa mit $k = 8$ und $m = 32$.

Es wäre der Wunsch des Verfassers gewesen, die vorstehenden Untersuchungen auf alle bekannten genaueren Messungen auszudehnen. Einzig dem Mangel an verfügbarer Zeit ist es zuzuschreiben, dass es nicht geschah. Da aber die Auswahl in obiger Tabelle ganz ohne Rücksicht auf das Übereinstimmen der Formel getroffen wurde und alle möglichen Gewässerformen in sich begreift, so darf angenommen werden, dass die daraus gezogenen Schlüsse auch auf andere Stromgebiete angewendet werden dürfen. Liegen einmal eine grössere Anzahl gesichteter Messungen an normalen, im Gleichgewichtszustande befindlichen Flussstrecken vor, so wird dann eine Neuberechnung der Gleichgewichtsformel stattfinden können, wobei dann der Koeffizient 6,307 etwas, doch kaum bedeutend ändern kann, die Potenz in $(\tau I)^{\frac{1}{3}}$ dagegen jedenfalls sich gleich bleiben wird.

Zum Schlusse dieses Kapitels über natürliche Flussläufe folgt hier noch eine Zusammenstellung einiger Messungen, welche vom Eidgen. hydrometrischen Bureau an gleicher Stelle zu verschiedenen Zeiten mittelst genauer Flügel-Methode ausgeführt wurden und Anlass zu verschiedenen Reflexionen über die Veränderlichkeit der Koeffizienten etc. bei wechselndem Wasserstande geben dürften.

Gewässer und Ort	Datum der Messung	τ	I	τI	B	v	$\frac{v}{c}$	m	$e = \frac{\Sigma\left(\frac{v}{v_0} \cdot f\right)}{\Sigma(f)}$
1. Kander bei Spiezwyler:	1901	1,045	0,000165	0,0001725	3,30	0,551	0,813	36,52	0,980
	1898	0,576	0,00188	0,00108	5,00	0,693	0,556	17,23	0,773
	1895	0,417	0,00676	0,00282	4,825	0,963	0,695	14,88	0,695
2. Rhein bei Tardisbrücke:	1898	0,871	0,000856	0,000746	18,86	0,872	0,684	24,80	0,845
	1899	1,169	0,001550	0,001812	25,45	1,640	0,637	21,50	0,815
3. Rhein bei Felsberg:	1901	0,6697	0,001937	0,001296	19,875	0,810	0,602	15,48	0,778
	1899	1,041	0,00265	0,00276	27,95	1,369	0,598	17,20	0,833

Gewässer und Ort	Datum der Messung	r	I	r I	B	v	$\frac{v}{c}$	m	$e = \frac{\Sigma\left(\frac{v}{v_0} . f\right)}{\Sigma(f)}$
4. Aare bei Aarberg:	1899	0,757	0,001659	0,00125	28,15	1,149	0,660	21,39	0,777
	1901	1,630	0,002128	0,003468	29,40	1,832	0,694	20,40	0,799
5. Emme bei Rüderswyl:	1897	0,479	0,000265	0,000127	3,45	0,368	0,630	27,90	0,801
	1898	0,4337	0,00141	0,0006116	2,53	0,675	0,660	24,24	0,866
6. Rhone bei Porte du Scex:	1901	0,907	0,000352	0,0003190	28,65	0,672	0,671	27,13	0,885
	1887	1,032	0,000460	0,0004746	29,08	0,934	0,734	28,28	0,881
	1887	0,969	0,001002	0,000970	35,73	1,266	0,770	26,02	—
	1899	2,230	0,0008352	0,001862	33,35	1,907	0,699	28,52	0,850
7. Hinterrhein bei Zillis:	1898	0,490	0,001580	0,000774	6,05	0,562	0,695	16,14	0,794
	1901	0,656	0,000480	0,0003149	4,20	0,605	0,617	28,53	0,770
8. Plessur bei Chur (Meiersboden):	1901	0,2843	0,00935	0,002657	2,71	0,457	0,661	7,84	0,954
	1901	0,3364	0,008126	0,002733	2,70	0,731	0,611	12,36	0,848
9. Plessur bei Chur (ob. d. Flussrechen):	1901 14. II.	0,3484	0,003174	0,001106	3,65	0,522	0,604	13,37	0,831
	1901 17. II.	0,3651	0,003861	0,001410	3,13	0,075	0,654	15,65	0,787
10. Reuss bei Luzern:	1901	1,206	0,0000327	0,00003948	29,91	0,363	0,478	37,83	0,760
	1900	1,63	0,000064	0,0001043	30,445	0,665	0,564	42,08	0,794
11. Sihl bei Sihlbrück:	1900	0,863	0,00128	0,001105	7,065	0,355	0,633	8,36	0,853
	1901	1,077	0,001611	0,001735	9,20	0,534	0,538	9,77	0,846
12. Albula bei Alwaneubad:	1896	0,398	0,003534	0,001406	8,09	0,530	0,630	10,90	0,798
	1901	0,430	0,003663	0,001574	7,97	0,570	0,509	11,23	0,758
13. Landwasser, Davos-Platz:	1901	0,2378	0,004688	0,001115	3,05	0,410	0,534	10,68	0,654
	1896	0,2521	0,004790	0,001207	3,745	0,455	0,607	11,12	0,764
14. Landwasser, Frauenkirch:	1896	0,3022	0,000885	0,0002672	3,24	0,466	0,515	24,66	0,832
	1901	0,2624	0,003969	0,001041	3,08	0,571	0,478	15,38	0,669
15. Vereinigt. Rhein, Reichenau:	1898	0,7971	0,000522	0,000414	23,16	0,639	0,701	21,26	0,862
	1894	0.926	0,0007011	0,000649	18,44	0,760	0,644	20,73	0,902
16. Vorder-Rhein Reichenau (Fersch):	1897	0,880	0,00267	0,002350	24,69	1,603	0,623	22,14	0,833
	1898	0,463	0,001260	0,000583	18,034	0,680	0,678	19,72	0,849
17. Hinter-Rhein, Rothenbrunnen:	1898	0,476	0,0028825	0,00137	15,158	0,891	0,626	17,13	0,799
	1899	0,613	0,00241	0,001477	15,75	0,941	0,619	17,37	0,785
	1897	0,631	0,00148	0,00093	16,735	1,124	0,660	25,92	0,841
18. Vriner Glenner, Vrin:	1901	0,1698	0,006166	0,001047	2,36	0,530	0,719	14,72	0,873
	1898	0,2810	0,006071	0,001706	1,30	0,611	0,495	14,33	0,819
19. Rabiusa, Versam:	1898	0,3474	0,005656	0,001964	2,36	0,558	0,548	11,32	0,792
	1901	0,3107	0,005548	0,001723	1,975	0,766	0,551	16,96	0,745
20. Albula, Baldenstein:	1901	0,5526	0,001692	0,000935	8,45	0,691	0,600	17,33	0,809
	1898	0,5840	0,002225	0,001299	9,095	0,749	0,581	15,78	0,784

Gewässer und Ort	Datum der Messung	τ	I	τ I	B	v	$\frac{v}{c}$	m	$e = \frac{\Sigma\left(\frac{v}{v_0} \cdot f\right)}{\Sigma(f)}$
21. Albula, Bergün:	1901	0,3010	0,004390	0,001321	2,11	0,504	0,579	12,64	0,835
	1896	0,3086	0,004390	0,001354	1,26	0,733	0,663	19,36	0,840
22. Averser Rhein, Cröt.:	1901 6. III.	0,2843	0,002248	0,0006396	1,885	0,418	0,691	15,28	0,892
	1901 5. III.	0,2058	0,008370	0,001721	0,980	0,634	0,640	15,35	0,954

Wir entnehmen dieser Zusammenstellung, dass eine grössere Geschwindigkeit an einer und derselben Messstelle sowohl von einer Zunahme der Wassertiefe, wie namentlich auch von einer Zunahme des Gefälles, in selteneren Fällen auch von einer blossen Abnahme der Rauhigkeit herrühren kann. Sodann sehen wir auch, dass der Quotient e ebenfalls sehr veränderlich ist und blosse Schwimmerbeobachtungen keinen Anspruch auf grosse Genauigkeit machen können. (Siehe besonders Nr. 1, 8, 13, 14 und 17.) Schliesslich geht aus diesen Zahlen hervor, dass in den meisten Fällen einem Steigen der Schubkraft τI ein Sinken oder wenigstens Gleichbleiben des Geschwindigkeitskoeffizienten entspricht. Von obigen 22 Fällen trifft dies bei 15 zu.

Zu dieser Tabelle sind speziell noch folgende Bemerkungen zu machen: Bei Messung Nr. 21 z. B. wurde das Gefälle der Messung vom Jahre 1901 auf die Messung vom Jahre 1896 übertragen, also nicht direkt gemessen. Ferner sind bei einigen dieser Messungen (z. B. Nr. 3, 4, 6, 10) die Ufer fest, d. h. nicht dem Geschiebetransport unterworfen.

Es erübrigt nun nur noch, kurz den Gleichgewichtszustand eines Flussbettes zu definieren. Wir sagen, ein Flussbett sei im Gleichgewichtszustande, wenn seine oberste Schicht aus solchen Geschiebestücken besteht, welche bei dem augenblicklich herrschenden Wasserstande gerade noch liegen bleiben. Sind die Geschiebestücke leichter als diesem Zustande entsprechend, so überwiegt die Schubkraft, die Sohle wird angegriffen, gröbere Geschiebestücke treten nach und nach zu Tage, sie muss rauher werden. Sind umgekehrt die Gerölle schwerer, so bleiben noch feinere Massen liegen, die Sohle wird glatter. Völliges Gleichgewicht wird sonach selten bestehen Im ersteren Falle gibt die Gleichgewichtsformel zu kleine, im letzteren zu grosse Resultate. Flüsse mit künstlichen, glatten Seitenwandungen müssen bei steigendem Wasserstande ein Steigen des Geschwindigkeitskoeffizienten m zeigen, indem die Rauheit der Sohle nur mit der 6. Wurzel der Tiefe, also sehr langsam, zunimmt, diejenige der Wandung aber gleichbleibt, ihr Einfluss mit ihrer grösseren Flächenausdehnung aber schnell zunimmt (s. § 46).

C. Normale Messungen an kreisförmigen Röhren.

§ 21. Das Material zu diesen Studien ist ein ziemlich reichhaltiges und verschiedenartiges. Es konnten davon benutzt wedren:

1. Die Versuche von Dubuat an Röhren aus Weissblech.
2. Diejenigen von Darcy an neuen, inkrustierten und gereinigten gusseisernen Röhren, teilweise auch an schmiedeeisernen.
3. Die von Weisbach, unter sehr hohem Druck und mit Geschwindigkeiten bis zu über 20 m, an Röhren aus Messing und Zinkblech.
4. Die auf Anregung des Hamburger Architekten- und Ingenieur-Vereins durch den Verband deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine an neuen und älteren gusseisernen Leitungen ausgeführten Versuche, nämlich:
   a) 9 Reihen der Hamburger Versuche, ausgeführt durch O. Iben, Verfasser des Werkes „Druckhöhenverluste in geschlossenen eisernen Rohrleitungen“, welches alle die sub 4, 5 und 6 erwähnten Messungen enthält.
   b) Die Stuttgarter Versuche, 3 Reihen, ausgeführt durch v. Ehmann und Zobel.
5. Eine Versuchsreihe von Fannning, New-York.
6. Vier im Werke von Humber angegebene Versuche an einer grösseren Leitung in Edinburgh und ein Versuch in den Loch-Katrine-Works an einer Röhre von 1,219 m Durchmesser.

Im ganzen sind es 106 Einzelmessungen, welche zur Kontrolle meiner Formel und zur Bestimmung der Geschwindigkeitskoeffizienten benutzt wurden.

Die hier nicht aufgezählten Versuchsreihen der Werke von Iben und Darcy, sowie diejenigen von Reynolds an Bleiröhren und von Dubuat, Gerstner und Weisbach an Glasröhren konnten hier nicht Platz finden, da sie ein besonderes, im nächsten Kapitel zu kennzeichnendes Verhalten zeigen. Ihre Abnormität zeigt sich namentlich darin, dass die sekundlichen Durchflussmengen nicht genau mit der Quadratwurzel aus dem Gefälle variierten und dass diese Variation überhaupt etwas sprungweise erfolgte.

Sodann musste von den Weisbach'schen Versuchen unter sehr hohem Druck einer ausgemerzt werden, welcher mit so kurzer Röhre angestellt wurde, dass sich der Einfluss der Reibung an der Wandung noch nicht bis in die Achse des Wasserstrahles geltend machen konnte.

Weisbach's Ausflussversuche finden sich im Civilingenieur, Jahrgang 1859 (Messingrohr von 1,0378 cm Durchmesser und 103,578 m Druck, ferner von 1,4336 cm Durchmesser und 103,578 Druckhöhe) und Jahrgang 1863 (Glasröhren von 1 und 1,4 cm Durchmesser und 17 m Druck; Messingröhren von 1 cm Durchmeser und gleichem Druck).

Aus den betreffenden Aufsätzen geht hervor, dass die in diesen Versuchen angewendeten Ein- und Ausmündungsstücke nicht in den Längenangaben der Röhren inbegriffen waren. Es mussten daher diese Längen noch um die betreffenden Stücke korrigiert werden.

Die Ermittelungen der Koeffizienten erfolgte nun für einen Teil der Messungen nach der Formel $k = \frac{v \cdot \sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}}$, für einen anderen nach den Relationen: $m_r = \frac{v}{R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}}$ und $k = \sqrt[3]{\frac{2\,m^2}{\pi}}$. (S. Koeffizienten-Tabelle, Anhg.)

Mangels Zeit konnten auch hier nicht alle Einzelmessungen der Versuchsreihen nachgerechnet werden. Bei der durchgehends schönen Übereinstimmung der in den einzelnen Reihen ausgerechneten Koeffizienten bedeutet dies aber keinen wesentlichen Nachteil für deren Genauigkeit.

Der Koeffiziententabelle ist nun folgende Skala für die Koeffizienten des verschiedenen Röhrenmaterials zu entnehmen:

	k	m_r
Messingröhren, Weisbach	16,29	82,39
Zinkblechröhren, „	15,21	74,37
Weissblechrohr, Dubuat	13,40	61,48
Galvanisiertes Rohr, Christen	13,61	62,87
Gusseisen neu, ungeteert, Darcy	12,70	56,75
„ „ geteert, Iben	11,50	48,88
„ alt, aber gereinigt, Darcy	11,96	51,84
„ „ mit Depot, „	9,82	38,55
„ schwach inkrustiert, schwache Knollenbildung, Iben	10,40	42,04
„ stark inkrustiert, „	6,73	21,88

Das Übereinstimmen meiner Formel mit den Messresultaten ist ein vorzügliches. Die grösste Differenz in diesen 116 Versuchen mit den obigen Durchschnittskoeffizienten m_r betrug bloss 20 % und betrifft eine Messung der Hamburger Versuche, welche sehr wohl einen anderen Rauhigkeitsgrad, als angegeben, besitzen dürfte. Die nächst kleinere Differenz beträgt bloss 9,7 %.

In den einzelnen Versuchsreihen ist die Übereinstimmung besser, als sie irgendwie erhofft werden durfte. Der Durchschnitt aller Differenzprozente beträgt ebenfalls bloss 5,3 % für die nach k berechneten und 3,1 % für die nach m berechneten Messungen.

Zum Schlusse wurden nun noch Fanning's Koeffzienten (64) in die meinigen umgerechnet. Fanning berechnete aus vielen Versuchen für verschiedene Durchmesser und Rauhigkeitsgrade den Wert des Koeffizienten ϱ in der Formel

$$H = \varrho \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

und stellte sie in einer Tabelle zusammen.

Wenn man nun seine Formel für v mit der meinigen zusammenstellt, so erhält man $m = 2\sqrt{\frac{g}{\varrho}}\sqrt{\frac{2}{D}}$, nach welcher Formel und seinen Angaben nun folgende Werte im Durchschnitt sämtlicher Durchmesserklassen resultieren:

	m_r
Reine Leitungen	57
Leichte Knollenbildung	52
Schmutzige Leitungen	44½.

Wie wir oben gesehen haben, gibt es noch einen höheren Grad schmutziger Leitungen, als der von Fanning angenommene.

Aus der Art der Formeln geht hervor, dass diese Koeffizienten m nicht mit denjenigen im offenen Kanal übereinstimmen können.

Für letztere lautet die Formel:

$$v = m\sqrt{\tau I}\,\sqrt[8]{B},$$

für Kreisröhren:

$$v = m_r\sqrt{RI}\,.\,\sqrt[8]{R}.$$

Beide m stehen aber in einfacher Beziehung zueinander, denn die erste Formel schreibt sich, da hier

$$\tau = \frac{F}{2B} = \frac{R\pi}{4}$$

$$v = \frac{m}{2}\sqrt{\pi}\sqrt{RI}\,.\,\sqrt[8]{R} = 0{,}8872\,m\sqrt{RI}\,\sqrt[8]{R}.$$

Also ist $m_r = 0{,}8862\,m$, womit die gegenseitige Umwandlung beider leicht vor sich gehen kann.

D. Anomalien der Bewegung in kreisförmigen Röhren.

§ 22. Die im vorhergehenden Kapitel behandelten Messungen zeigen ein unzweideutiges Übereinstimmen mit meiner Formel und somit ein ziemlich konstantes Variieren der Geschwindigkeit mit der Quadratwurzel aus der Widerstandshöhe. Es gibt nun aber, wie bereits angedeutet, eine nicht geringe Anzahl zuverlässiger Messungen, in welchen dieses Gesetz nur näherungsweise zutrifft, namentlich bei Röhren von kleinem Durchmesser und bei solchen von grosser Glätte. Ein Blick auf die Versuchsreihe von Darcy für Schmiedeeisen, $D = 0{,}0122$, zeigt dieses Verhalten sehr deutlich und zeigt auch, dass die Variabilität des Koeffizienten von I eine sprungsweise auf- und niedergehende ist und keinem einfachen Gesetze folgt. In Kolonne x

sind die Exponenten der Potenzen angegeben, unter welchen die Geschwindigkeiten mit dem Gefälle der nächstfolgenden Messung variieren.

I	v	x $= \frac{\log . v_2 - \log . v_1}{\log . I_2 - \log . I_1}$
0,01650	0,230	0,491
0,02580	0,287	0,599
0,03472	0,343	0,564
0,04399	0,392	0,561
0,06264	0,478	0,582
0,08554	0,573	0,530
0,17862	0,846	0,527
0,34426	1,195	—

Meist ist der Exponent der Potenz von I, mit welchem v variiert, höher als 0,500; er ändert etwa zwischen 0,40 und 0,75. In engen, den Kapillarröhren näherstehenden Röhren steigt er auch noch höher hinauf und es geht damit auch eine Anomalie des Exponenten von R Hand in Hand, wie es auch nach der Reynolds'schen Formel $v = a R^{3x-1} J^x$ der Fall sein müsste. Reynolds berücksichtigte aber in seiner graphischen Berechnung des Exponenten $n = \frac{1}{x}$ folgende Versuchsreihen Darcy's nicht: Schmiedeeisen 3 Röhren, inkrustierte gusseiserne Röhren 2 Reihen, ferner gereinigte Gussrohre 3 Reihen, welche sämtlich mit seiner Formel nicht übereinstimmen, dafür aber mit Ausnahme derjenigen für Schmiedeeisen sehr schön mit meiner Formel. — Auch Lampe's Exponenten in $R^{0,694} I^{0,555}$ behaupten sich nicht allgemein.

Diese Unregelmässigkeit der Exponenten erzeigt sich oft bis zu den höchsten Geschwindigkeiten, wenn sie sich auch im allgemeinen mit der Zunahme derselben dem normalen Exponenten 0,500 nähern. In Reynolds' Bleirohr E von 12,7 mm Durchmesser ist der Exponent von I noch bei einer Geschwindigkeit von 7 m nicht normal.

Wenn nun auch zugegeben werden muss, dass die Exponenten bei schwächeren Geschwindigkeiten als die sog. „kritische" grösser als 0,500 sein sollten, so liegen doch eine Menge Messungen vor, wo die kritische Geschwindigkeit (selbst die obere) Reynolds' längst überschritten wurde und doch noch höhere Exponenten von I herrschen.

Um in dieser Beziehung klarer zu sehen und möglicherweise zu einer Erklärung zu gelangen, ermittelte ich an einer grösseren Anzahl anormaler Messungen die betreffenden Exponenten der Potenzen von I, mit denen v variierte. (S. Koeffizienten-Tabelle, Anhang.) Ich kam dabei zu dem Schlusse, dass dabei ein sehr veränderlicher, bisher wenig beachteter Faktor wirksam sein musste. Iben, der Leiter der Hamburger Versuche, ist der Meinung,

dass noch eine Menge anderer Faktoren bei der Bewegung des Wassers mitwirkten, als die Länge, der Durchmesser des Rohrs, die Druckhöhe, die Geschwindigkeit und die Temperatur des Wassers.

Die nächstliegende Erklärung dieser Unregelmässigkeiten liegt nun im Luftgehalt des Wassers, der ja gewöhnlich sehr bedeutend ist, beispielsweise in den Loch-Katrine-Works von Glasgow (65) 6,777, in der Seine 5,4 und im Regenwasser noch 2,3 Volumprozente ausmacht.

Dass die im Wasser aufgelöste Luft, inklusive Wasserdampf, auf das Funktionieren der Druckleitungen eine ganz bedeutende Wirkung ausübe, ist eine den Technikern wohlbekannte Tatsache. In Iben's Werk (63) heisst es von den Bonner Versuchen, die Leitung sei etwas lufthaltig gewesen, und gerade hier ist die Potenz der Änderung von v mit I eine sehr hohe, etwa zwischen 0,60—0,70 schwankende, trotz eines vorhandenen, verhältnismässig weiten Durchmessers.

Die Ausscheidung von Luftblasen wird jedenfalls noch besonders gefördert durch stossweise Bewegung des Wassers, welche gänzlich wohl in keiner Leitung vermieden werden kann. Humber (65) (Water supply, 1876) erwähnt eines Versuchs von Bâteau, wobei die Klappe einer gefüllten Leitung plötzlich geöffnet wurde. Ein mächtiger Schwall Wasser trat zuerst hervor, dann folgte ein Stillstand, dann wieder ein stürmisches Hervorquellen und so klopfte es eine gute Weile auf und nieder, bis dass Reibung und Schwerkraft einander das Gleichgewicht hielten. Rawlinson glaubt nun, dass sich in diesem Falle luftleere Räume bilden, wodurch das Wasser in pulsierende Bewegung gerät und Wasserdampf und Luft sich in den Hohlräumen ausscheiden. Bekanntlich tritt Luft namentlich auch in solchen Leitungen auf, wo letztere sich stellenweise über die sog. Drucklinie erheben, wo also der Druck stellenweise bedeutend vermindert ist. Aber auch sonst kann sich die Ausscheidung von Luftblasen in obiger Weise so steigern, dass sich an geeigneten Stellen eigentliche Luftsäcke bilden, welche den Ausfluss in hohem Masse hemmen. Es geschieht dies namentlich auch dann, wenn das in ein Sammelbecken einer Wasserleitung eintretende sekundliche Wasserquantum so gering wird, dass die Drucklinie in der für ein grösseres Durchflussquantum berechneten Leitung das Reservoir nicht mehr erreicht, sondern unter dasselbe einsticht. In diesem Falle funktioniert der obere Teil des Rohrs als offener Kanal und wird durch die rasche Bewegung des Wassers eine Menge Luft in die Leitung gezogen (72).

In offenen Kanälen können solche plötzliche Druckdifferenzen nicht vorkommen und finden daher hier auch diese Anomalien der Bewegung nicht statt. In Röhren dagegen werden sie um so häufiger und stärker auftreten, je ungünstiger die Röhrenanlage ist, je mehr Krümmungen, Schieber, Abzweigungen etc. sie enthält und je lufthaltiger das betreffende Wasser von Natur aus ist.

Darcy beklagt sich in seinem Werke „Recherches experimentales“ ebenfalls über erfahrene ausserordentliche Schwierigkeiten, die Luft aus seinen Manometern zu entfernen. Auch bei meinen Versuchen an den rechtwinkligen Röhren stellte sich dieselbe Schwierigkeit ein. Es kann somit in einzelnen Fällen schon an den Manometerablesungen, d. h. den Gefällsbestimmungen, fehlen, dass die Exponenten nicht besser mit der Zahl 0,500 übereinstimmen, namentlich bei denjenigen Versuchen, wo der Druck nur an 2 Stellen des Rohres gemessen wurde und die Messung somit ohne Kontrolle blieb. Doch liess z. B. Darcy keine Messung gelten, bei denen die zur Bestimmung des Gefälls abgelesenen Manometerdifferenzen nicht genau übereinstimmten, und dennoch fand sich diese Anomalie der Exponenten auch an mehreren seiner Versuche vor. Bei Gerstner geschah die Messung des Druckes direkt durch Messung der Höhe des Wasserspiegels über der Ausflussmündung und doch haben wir auch hier dieselben Abweichungen der Funktion. Ebensowenig konnten die etwa vorhandenen Schieber und Ventile deren Ursache sein, da sie sich auch bei den in der denkbar einfachsten Weise vorgenommenen Versuchen Gerstner's, auch nach Berücksichtigung des Eintrittswiderstandes in die Röhre, finden.

Da die Potenzen über 0,500 meist in engen Kalibern vorkommen, so erschien es möglich, dass die hier herrschenden geringen Wandgeschwindigkeiten nicht genügen, um die sich der Wand ansetzenden Luftblasen wegzuspülen. Nach meiner Formel (s. folgenden Abschnitt) beträgt die Geschwindigkeit bei h Meter Entfernung von der Wand:

$$w = 1{,}159\, m \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h} = 1{,}159\; v_m \sqrt[8]{\frac{h}{R}}$$

d. h. die Wandgeschwindigkeit ist proportional der Quadratwurzel aus der Röhrenweite. Bei einem Verhältnisse von $\frac{h}{R} = \frac{1}{100}$ ist beispielsweise $w = 0{,}673\; v_m$.

Wenn nun die bei geringen Geschwindigkeiten sich anheftenden Luftblasen wirklich auch etwa Störungen im Abfluss des Wassers veranlassen können, so ist doch nicht zu übersehen, dass bei einer Röhrenleitung der Danziger Versuche von 0,418 m und einer Geschwindigkeit von 0,58 m bei 1 mm Entfernung von der Wandung, ebenso bei Darcy's asphaltierten Blechrohren von 0,285 m Durchmesser bei sogar 1,54 m Wandgeschwindigkeit die Exponenten der Potenzen von I abnorme sind. Gewiss weisen diese Fälle darauf hin, dass nicht nur die in Bläschenform auftretende, sondern auch die im Wasser aufgelöst bleibende Luft, Anteil an dem abnormen Verhalten des Wassers haben muss.

Dass die aufgelöste Luft einen bedeutenden Einfluss auf die Molekularkräfte des Wassers ausübe, geht auch aus ihrem Verhalten zu dessen elek-

trischer Leitungsfähigkeit hervor, welche sie in überraschendem Masse herab setzt (88). Ebenso ist bekannt, dass in strömenden Flüssigkeiten, besonders wenn sie über feste Wandungen gleiten, immer elektrische Ströme und zwar vorzüglich in der Strömungsrichtung stattfinden (87). Sitz der elektromotorischen Kraft sei die Grenzschicht an der Röhrenwand (89, 90). Ein Teil der potentiellen Energie des Wassers wird sonach stets in elektrische Energie, ausserdem auch in Wärme, umgewandelt.

Es ist nun von Interesse zu wissen:

1. Ob dieser anormale Zustand des Wassers eine grössere oder geringere Ergiebigkeit der Röhren bedinge als der normale, d. h. wenn wir annehmen, der Luftgehalt sei wirklich Schuld an den Unregelmässigkeiten, ob lufthaltiges Wasser rascher oder langsamer fliesse, als z. B. gekochtes Wasser.
2. In welchem Zahlenverhältnisse steht die Ergiebigkeit, ausgedrückt durch die Geschwindigkeit, von lufthaltigem zu luftarmem Wasser?
3. Welches ist der höchste erreichbare Geschwindigkeitskoeffizient in normalem, d. h. luftfreiem Wasserzustande?

Genauen Aufschluss über diese Fragen könnten nur neue Versuche mit Wasser von verschiedenem Luftgehalt geben. Indessen besitzen wir für reine gusseiserne Leitungen, solche mit starker Inkrustation, und für schmiedeeiserne Röhren Messungen für beide Wasserzustände, die uns in den Stand setzen, die Ergiebigkeit der Rohrleitungen mit luftreichem und luftarmem Wasser zu vergleichen.

Nennen wir die an den lufthaltigen Gerinnen gefundenen Geschwindigkeiten v, die an normalem Wasser bei gleichem Durchmesser und gleichem Gefällsverlust gefundenen Geschwindigkeiten dagegen v_1, so werden letztere gefunden, indem wir den aus normalen Messungen erhaltenen Koeffizienten m multiplizieren mit $R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}$. Das Verhältnis $\frac{v}{v_1}$ gäbe uns das gesuchte Ergiebigkeitsverhältnis an. Diese Untersuchung haben wir nun in der Koeffiziententabelle unter „Anormale Messungen“ durchgeführt und niedergelegt.

Wir sehen nun mit Bezug auf:

Frage 1 und 2.

Bei den schmiedeeisernen Röhren ist die Ergiebigkeit in kleinen Kalibern von 0,0122 m im lufthaltigen Wasser wesentlich kleiner als im luftarmen; in weiteren Röhren von 0,0395 m Durchmesser dagegen ist sie in den schwächeren Drucken geringer, in den stärkeren höher als bei normalem Wasserzustande. In den reinen gusseisernen Leitungen schwankt das Verhältnis; bald sind die normalen, bald die anormalen Leitungen die ergiebigeren.

In den stark inkrustierten Röhren hinwider zeigt sich ein konstanter Nachteil der lufthaltigen gegenüber den luftarmen Leitungen, was freilich

auch der Verschiedenheit der Rauheit zugeschrieben werden kann. Doch finden wir die gleiche Erscheinung wieder bei den Röhren aus Blei, Glas und Asphalt.

Zur Beurteilung der Frage 3 haben wir ebenfalls kein genaues Kriterium. Nur schätzungsweise vermögen wir die Geschwindigkeitskoeffizienten m anzugeben für

Blei in ganzen Stücken, nach Reynolds, zu ca.	80
„ „ zusammengefügten Leitungen, nach Darcy, zu ca.	60
Glasröhren, nach Verschiedenen, zu ca.	66.

Jedenfalls folgt die Einwirkung des Luftgehaltes auf die Bewegung des Wassers in Röhren ziemlich komplizierten Gesetzen und wäre dieser Gegenstand ohne Zweifel eines besonderen Studiums würdig. Auch das Lehrbuch der Hydrodynamik von Wien weist pag. 302 auf die Wünschbarkeit von Versuchen, welche den Einfluss von Gasschichten auf die Gleitungskonstanten dartun sollen, hin. Solche Versuche lagen nicht in der Absicht des Verfassers. Es musste aber doch auf diese Eigentümlichkeit des Wassers hingewiesen werden, damit nicht Faktoren, welche mit der Bewegung normalen Wassers nichts zu tun haben, in die betr. Untersuchungen eingeführt werden und dadurch den Nachweis des gefundenen Naturgesetzes erschweren. Es ist übrigens zu bemerken, dass alle diese abnormen Messungen auch mit keiner der vielen Interpolationsformeln übereinstimmen können, in welchen die Variation der Geschwindigkeit von der Potenz 0,500 abhängig gemacht wird, also weder mit der Darcy'schen, noch der Lueger- oder der de Chézy-Prony'schen Formel.

Eine andere Frage drängt sich hier unwillkürlich auf: Ist es Zufall, dass gerade für die offenbar glattesten Gerinne, wie Blei, Glas und Asphalt, gar keine normalen Messungen gemacht worden sind? Wäre es nicht möglich, dass in solchen Gerinnen unter gewissen Bedingungen ein Gleiten der Flüssigkeit an den Wandungen stattfände, wie es die Untersuchungen von Helmholtz und Pietrowsky (77) für ungekochtes Wasser auf den feinpolierten Gold- und Silberflächen schwingender Hohlkugeln nachgewiesen haben?

V. Abschnitt.

Die Verteilung der Geschwindigkeit im Querprofil. — Kräftefunktionen.

1. Im kreisförmigen Profil.

§ 23. Da meine Formel für die mittlere Geschwindigkeit in einer kreisförmigen Röhre heisst: $v = m_r \sqrt{RI}\sqrt[8]{R}$, wo $m_r = \sqrt{\frac{k^3\pi}{2}}$, so lag die Vermutung nahe, dass der Ausdruck für eine beliebige Geschwindigkeit im Querprofil laute: $u = a\sqrt{RI}\sqrt[8]{h}$, wo h die Entfernung des betreffenden Punktes von der Wandung bedeutete. Ist dies der Fall, so muss

1. Die Integration $\frac{1}{R^2\pi}\int_0^R 2(R-h)\pi.\ dh.\ a\sqrt{RI}\sqrt[8]{h}$ die mittlere Geschwindigkeit in der Form $v = m_r\sqrt{RI}\sqrt[8]{R}$ ergeben.
2. Diese Formel mit den tatsächlich gefundenen Einzelgeschwindigkeiten übereinstimmen.

Das vorstehende Integral lautet nun

$$v_m = \frac{128}{153}\,a\,R^{\frac{5}{8}}\,I^{\frac{1}{2}} = 0{,}8366\,a\,R^{\frac{5}{8}}\,I^{\frac{1}{2}},$$

wodurch unsere erste Voraussetzung gerechtfertigt erscheint. Es wäre dann nur $m_r = 0{,}8366\,a$ zu setzen, woraus

$$a = \frac{m_r}{0{,}8366} = 1{,}1953\,m$$

und

$$u = 1{,}1953\,m_r\sqrt{RI}\sqrt[8]{h}\cdot$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun ableiten:

a) Der Ort der mittleren Geschwindigkeit.

Diesen erhalten wir durch Gleichstellung der Ausdrücke:

$$1{,}1953\,m_r\sqrt{RI}\sqrt[8]{h} = m_r\sqrt{RI}\sqrt[8]{R},$$

woraus

$$\sqrt[8]{h} = \frac{\sqrt[8]{R}}{1{,}1953}$$

und

$$h = \frac{1}{1{,}1953^8}R = 0{,}2400\,R$$

oder

$$r = 0{,}7600\,R.$$

b) Das Verhältnis der mittleren zur maximalen Geschwindigkeit.

Dasselbe heisst:

$$\frac{v}{c} = \frac{m_r \sqrt{RI} \sqrt[8]{R}}{1{,}1953\, m_r \sqrt{RI} \sqrt[8]{R}} = 0{,}8366.$$

Es bleibt uns noch übrig, an der Hand zuverlässiger Einzelmessungen die Richtigkeit dieser Formel $u = 1{,}1953\, m_r \sqrt{RI} \sqrt[8]{h}$ zu beweisen. Wir besitzen das Material hierfür in Darcy's Versuchen (58), welche mit folgendem Röhrenmaterial angestellt wurden:

1. Neues Gusseisen: $D = 0{,}188$ und $D = 0{,}50$
2. Inkrustiertes Gusseisen: $D = 0{,}2432$
3. Gereinigtes Gusseisen: $D = 0{,}2446$ und $0{,}297$.

In jeder dieser Röhren wurden 3—6 verschiedene Druckhöhen angewendet und in jedem einzelnen dieser Versuche die Geschwindigkeit in der Achse, bei $\frac{1}{3}R$ und bei $\frac{2}{3}R$ Entfernung von derselben ermittelt.

Die Messungen der Geschwindigkeiten geschahen jeweilen beim ersten Manometer, d. h. 8,13 m oberhalb der Ausmündung der etwa 114 m langen Röhren, mittelst einer quer durch das Versuchsrohr verschiebbaren Pitot-schen Röhre, deren Koeffizient μ in $v = \mu \sqrt{2gh}$, wie folgt, bestimmt wurde.

Aus einer vorgängigen Untersuchung seiner Versuche ergab sich die Beziehung $C - u = k_0 r^{\frac{3}{2}} \sqrt{I}$.

Daraus berechnete Darcy den Ort der mittleren Geschwindigkeit zu 0,689 R. Da die Spitze der Pitot'schen Röhren bei allen Versuchen auch auf 0,667 R gestellt wurde, so konnte er durch Vergleichung der gefundenen Geschwindigkeit mit der mittleren die jeweiligen Korrektionskoeffizienten für das betreffende Rohr ableiten und darnach die berechneten Geschwindigkeiten berichtigen. Nach meiner Formel liegt aber der Ort der mittleren Geschwindigkeit nicht bei 0,689 R, sondern bei 0,76 R, weshalb die Korrektionskoeffizienten Darcy's unrichtig sein mussten.

Da nun erfahrungsgemäss (40) der Geschwindigkeitskoeffizient μ bei solchen Pitot'schen Röhren, welche eine nur geringe Ablenkung der Wasserfäden verursachen, immer sehr nahe der Einheit liegt, so wurde in nachstehender Vergleichung meiner, nach der Formel $u = 1{,}1953\, m_r \sqrt{RI} \sqrt[8]{h}$ berechneten Geschwindigkeiten, mit der von Darcy aus den Versuchen gefundenen, für letztere einfach die aus seiner Geschwindigkeitshöhe ermittelten angenommen, d. h. $\mu = 1$ gesetzt. Daraus ergibt sich nun die nachstehende, sehr schöne Übereinstimmung beider Geschwindigkeiten.

achweis der Geschwindigkeitsparabel aus den Darcy'schen Versuchen.

Nummer	Material	I	R	Vm	Distanz des Messpunktes von der Achse r	Distanz des Messpunktes von der Wand h	Abgelesene Geschwindigkeitshöhe von Darcy $\frac{v^2}{2g}$	u_1	$1,195\, m_r = \frac{V}{0,8366\, R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{RI}$	$\sqrt[8]{h}$	$u_2 = 1,195\, m \sqrt{RI}\, \sqrt[8]{h}$	$u_2 - u_1$	$\frac{u_2 - u_1}{u_1}$
1	Gusseisen, neu	0,00368	0,094	0,758	0,0637	0,0303	0,0334	0,810	65,47	0,01860	0,6462	0,787	— 0,023	0,028
„	„ „	0,00368	0,094	0,758	0,0325	0,0615	0,0414	0,901	65,47	0,01860	0,7054	0,859	— 0,042	0,047
„	„ „	0,00368	0,094	0,758	—	0,0940	0,0454	0,944	65,47	0,01860	0,7440	0,906	— 0,038	0,040
„	„ „	0,00805	0,094	1,128	0,0637	0,0303	0,0761	1,222	65,87	0,02751	0,6462	1,171	— 0,051	0,042
„	„ „	0,00805	0,094	1,128	0,0325	0,0615	0,0921	1,345	65,87	0,02751	0,7054	1,278	— 0,067	0,050
„	„ „	0,00805	0,094	1,128	—	0,0940	0,1011	1,409	65,87	0,02751	0,7440	1,348	— 0,061	0,043
„	„ „	0,01340	0,094	1,488	0,0637	0,0303	0,1218	1,546	67,52	0,03550	0,6462	1,547	+ 0,001	0,001
„	„ „	0,01340	0,094	1,488	0,0325	0,0615	0,1528	1,731	67,52	0,03550	0,7054	1,689	— 0,042	0,024
„	„ „	0,01340	0,094	1,488	—	0,0940	0,1668	1,809	67,52	0,03550	0,7440	1,781	— 0,028	0,015
„	„ „	0,02250	0,094	1,933	0,0637	0,0303	0,2065	2,013	67,26	0,0460	0,6462	1,998	— 0,015	0,007
„	„ „	0,02250	0,094	1,933	0,0325	0,0615	0,2590	2,255	67,26	0,0460	0,7054	2,180	— 0,075	0,033
„	„ „	0,02250	0,094	1,933	—	0,0940	0,2850	2,365	67,26	0,0460	0,7440	2,300	— 0,065	0,027
„	„ „	0,03810	0,094	2,506	0,0637	0,0303	0,3432	2,595	67,26	0,05984	0,6462	2,599	+ 0,004	0,001
„	„ „	0,03810	0,094	2,506	0,0325	0,0615	0,4252	2,888	67,26	0,05984	0,7054	2,876	— 0,012	0,004
„	„ „	0,03810	0,094	2,506	—	0,0940	0,4632	3,015	67,26	0,05984	0,7440	2,992	— 0,023	0,008
„	„ „	0,10980	0,094	4,323	0,0637	0,0303	1,0100	4,451	68,35	0,1016	0,6462	4,488	+ 0,037	0,008
„	„ „	0,10980	0,094	4,323	0,0325	0,0615	1,2750	5,001	68,35	0,1016	0,7054	4,897	— 0,104	0,021
„	„ „	0,10980	0,094	4,323	—	0,0940	1,3850	5,212	68,35	0,1016	0,7440	5,168	— 0,044	0,008
2	„ inkrustiert	0,00202	0,1216	0,452	0,088	0,0336	0,0095	0,432	44,78	0,01567	0,6543	0,459	+ 0,027	0,062
„	„ „	0,00202	0,1216	0,452	0,044	0,0776	0,014	0,524	44,78	0,01567	0,7265	0,510	— 0,014	0,027
„	„ „	0,00202	0,1216	0,452	—	0,1216	0,016	0,560	44,78	0,01567	0,7684	0,539	— 0,021	0,037
„	„ „	0.00473	0,1216	0,707	0,088	0,0336	0,022	0,657	45,78	0,02398	0,6543	0,718	+ 0,061	0,093
„	„ „	0,00473	0,1216	0,707	0,044	0,0776	0,030	0,767	45,78	0,02398	0,7265	0,797	+ 0,030	0,036
„	„ „	0,00473	0,1216	0,707	—	0,1216	0,035	0,829	45,78	0,02398	0,7684	0,833	+ 0,004	0,043
„	„ „	0,02290	0,1216	1,547	0.088	0,0336	0,122	1,573	45,52	0,05277	0,6543	1,571	— 0,002	0,001
„	„ „	0,02290	0,1216	1,547	0,044	0,0776	0,161	1,783	45,52	0,05277	0,7265	1,744	— 0,039	0,022
„	„ „	0,02290	0,1216	1,547	—	0,1216	0,187	1,916	45,52	0,05277	0,7684	1,845	— 0,071	0,037
„	„ „	0,03200	0,1216	1,833	0,088	0,0336	0,168	1,816	45,63	0,06238	0,6543	1,863	+ 0,047	0,026
„	„ „	0,03200	0,1216	1,833	0,044	0,0776	0,232	2,133	45,63	0,06238	0,7265	2,069	— 0,064	0,030
„	„ „	0,03200	0,1216	1,833	—	0,1216	0,267	2,289	45,63	0,06238	0,7684	2,188	— 0,101	0,044
„	„ „	0,13981	0,1216	3,833	0,088	0,0336	0,777	3,905	45,65	0,13039	0,6543	3,898	— 0,007	0,002
„	„ „	0,13981	0,1216	3,833	0,044	0,0776	0,995	4,418	45,65	0,13039	0,7265	4,327	— 0,091	0,021
„	„ „	0,13981	0,1216	3,833	—	0,1216	1,155	4,760	45,65	0,13039	0,7684	4,578	— 0,182	0,038

Nummer	Material	I	R	V_m	Distanz des Messpunktes von der Achse r	Distanz des Messpunktes von der Wand h	Abgelesene Geschwindigkeitshöhe von Darcy $\frac{v^2}{2g}$	u_1	$1,195\, m_r = \frac{v}{0,8366\, R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{RI}$	$\sqrt[8]{h}$	$u_2 = 1,195\, m \sqrt{RI}\, \sqrt[8]{h}$	$u_2 - u_1$	$\frac{u_2 - u_1}{u_1}$
3	Gusseisen, gereinigt	0,00165	0,1223	0,537	0,088	0,0343	0,017	0,578	58,76	0,01420	0,6560	0,547	− 0,031	0,054
„	„ „	0,00165	0,1223	0,537	0,044	0,0783	0,022	0,655	58,76	0,01420	0,7273	0,607	− 0,048	0,073
„	„ „	0,00165	0,1223	0,537	—	0,1223	0,024	0,686	58,76	0,01420	0,7690	0,642	− 0,044	0,064
„	„ „	0,00498	0,1223	0,949	0,088	0,0343	0,040	0,886	59,77	0,02468	0,6560	0,968	+ 0,082	0,092
„	„ „	0,00498	0,1223	0,949	0,044	0,0783	0,052	1,010	59,77	0,02468	0,7273	1,072	+ 0,062	0,061
„	„ „	0,00498	0,1223	0,949	—	0,1223	0,058	1,066	59,77	0,02468	0,7690	1,119	+ 0,053	0,050
„	„ „	0,02035	0,1223	1,904	0,088	0,0343	0,175	1,853	59,32	0,04989	0,6560	1,940	+ 0,087	0,047
„	„ „	0,02035	0,1223	1,904	0,044	0,0783	0,217	2,078	59,32	0,04989	0,7273	2,150	+ 0,072	0,035
„	„ „	0,02035	0,1223	1,904	—	0,1223	0,247	2,201	59,32	0,04989	0,7690	2,274	+ 0,073	0,033
„	„ „	0,11343	0,1223	4,497	0,088	0,0343	0,977	4,378	59,35	0,11778	0,6560	4,580	+ 0,202	0,046
„	„ „	0,11343	0,1223	4,497	0,044	0,0783	1,202	4,863	59,35	0,11778	0,7273	5,080	+ 0,217	0,045
„	„ „	0,11343	0,1223	4,497	—	0,1223	1,350	5,145	59,35	0,11778	0,7690	5,374	+ 0,229	0,044
4	„ „	0,00070	0,1485	0,355	0,102	0,0465	0,006	0,343	52,82	0,010196	0,6815	0,360	+ 0,017	0,049
„	„ „	0,00070	0,1485	0,355	0,052	0,0965	0,008	0,396	52,82	0,010196	0,7466	0,394	− 0,002	0,050
„	„ „	0,00070	0,1485	0,355	—	0,1485	0,009	0,420	52,82	0,010196	0,7879	0,416	− 0,004	0,010
„	„ „	0,00617	0,1485	1,236	0,102	0,0465	0,089	1,321	61,95	0,030269	0,6815	1,277	− 0,044	0,033
„	„ „	0,00617	0,1485	1,236	0,052	0,0965	0,1075	1,452	61,95	0,030269	0,7466	1,400	− 0,052	0,036
„	„ „	0,00617	0,1485	1,236	—	0,1485	0,117	1,515	61,95	0,030269	0,7879	1,475	− 0,040	0,026
„	„ „	0,01125	0,1485	1,665	0,102	0,0465	0,160	1,772	61,80	0,040873	0,6815	1,720	− 0,052	0,029
„	„ „	0,01125	0,1485	1,665	0,052	0,0965	0,195	1,956	61,80	0,040873	0,7466	1,886	− 0,070	0,036
„	„ „	0,01125	0,1485	1,665	—	0,1485	0,215	2,054	61,80	0,040873	0,7879	1,989	− 0,065	0,032
„	„ „	0,02251	0,1485	2,365	0,102	0,0465	0,3125	2,476	60,65	0,057816	0,6815	2,388	− 0,088	0,036
„	„ „	0,02251	0,1485	2,365	0,052	0,0965	0,375	2,712	60,65	0,057816	0,7466	2,618	− 0,094	0,035
„	„ „	0,02251	0,1485	2,365	—	0,1485	0,415	2,836	60,65	0,057816	0,7879	2,760	− 0,076	0,027
5	„ neu	0,00060	0,25	0,4752	0,17	0,08	0,0116	0,477	55,15	0,0122	0,730	0,492	+ 0,015	0,031
„	„ „	0,00060	0,25	0,4752	0,09	0,16	0,0146	0,535	55,15	0,0122	0,796	0,536	+ 0,001	0,002
„	„ „	0,00060	0,25	0,4752	—	0,25	0,0166	0,571	55,15	0,0122	0,841	0,567	− 0,004	0,007
„	„ „	0,00125	0,25	0,7951	0,17	0,08	0,04225	0,910	67,26	0,0177	0,730	0 868	− 0,042	0,046
„	„ „	0,00125	0,25	0,7951	0,09	0,16	0,05025	0,993	67,26	0,0177	0,796	0,946	− 0,047	0,047
„	„ „	0,00125	0,25	0,7951	—	0,25	0,05625	1,050	67,26	0,0177	0,841	1,000	− 0,050	0,050
„	„ „	0,00260	0,25	1,1197	0,17	0,08	0,0636	1,143	62,43	0,0255	0,730	1,162	+ 0,019	0,017
„	„ „	0,00260	0,25	1,1197	0,09	0,16	0,0781	1,238	62,43	0,0255	0,796	1,270	+ 0,032	0,026
„	„ „	0,00260	0,25	1,1197	—	0,25	0,0876	1,311	62,43	0,0255	0,841	1,340	+ 0,029	0,022

Gewiss ist das Resultat dieser Vergleichung ein höchst befriedigendes. Die Differenzen der nach meiner Einzelgeschwindigkeits-Formel berechneten Geschwindigkeiten und der von Darcy gemessenen betragen im Maximum bloss 9,3%, im Durchschnitt sämtlicher 66 Beobachtungen bloss $\pm$ 3,46%.

Differenzen	unter	0,5%	haben	6	Messungen	oder 9%	der sämtlichen
„	von	0,5—1 „	„	6	„	„ 9 „	„ „
„	„	1—3 „	„	16	„	„ 24 „	„ „
„	„	3—6 „	„	32	„	„ 48 „	„ „
„	„	6—9,3%	„	6	„	„ 9 „	„ „

Leider hat Darcy es unterlassen, die Geschwindigkeit auch ganz nahe der Wandung zu messen. Gerade in diesem Teile findet die grösste Änderung der Geschwindigkeit statt und es ist jedenfalls diesem Umstande zu verdanken, dass seine Formel $c - u = k \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{RI}$ ebenfalls eine recht befriedigende Übereinstimmung zeigt. Bazin, der später Versuche an halbkreisförmigen Kanälen ausführte, wobei er die Geschwindigkeiten auch ziemlich nahe der Wandungen mass, fand obiges Gesetz hier nicht bestätigt, sondern glaubte, dass die Form $c - u = k \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{3} \sqrt{RI}$ der Ausdruck des Geschwindigkeitsgesetzes sei und zwar sowohl für Kanäle wie für Röhren.

Darcy hatte in seinem Werke „Recherches expérimentales" (58) die Resultate für die symmetrisch von der Achse entfernten Punkte, oberhalb und unterhalb derselben, besonders angegeben. Die Geschwindigkeiten der betr. Punkte stimmten aber in den meisten Fällen genau überein; wo dies nicht der Fall war, wurde in die vorstehende Tabelle das Mittel aus den beiden Geschwindigkeitshöhen eingeführt.

Aus obiger Zusammenstellung bestätigt sich auch die bereits von Darcy ausgesprochene Wahrheit, dass die Rauheit der Wandung keinen Einfluss auf die relative Geschwindigkeit der Wasserfäden ausübe, zwar nur in dem Sinne, dass der Quotient $\frac{v}{c}$ konstant und stets gleich 0,8366 bleibt. Dagegen wird der Unterschied (la flèche, Darcy)

$$C - u = 1{,}195\, m_r \sqrt{RI}\left(\sqrt[8]{R} - \sqrt[8]{h}\right)$$

doch abhängig von der Rauheit.

Bevor wir weitere Betrachtungen an die gefundene Geschwindigkeitsformel anknüpfen, wollen wir uns die Verhältnisse besehen.

2. Im halbkreisförmigen Profil (Kanal). — Kräftefunktionen.

§ 24. In Kapitel VI ihrer „Recherches hydrauliques" (57) behandeln Bazin und Darcy auch diese Frage. Sie finden, dass in dem Falle, wo

das Wasser den Halbkreis ausfüllt, die Isotachen konzentrische Halbkreise bilden.

Ein Blick auf die betreffenden, in den Bilder-Tafeln des Anhangs geeichneten, Isotachen zeigt uns, dass dieses streng genommen nur für die Reihen 71 (Cement), 72 (Cement mit $^1/_3$ Sand) und 73 (Bretter), also nur für die glatten Gerinne gilt, während in Reihe Nr. 74 (Kies) der Ort der mittleren Geschwindigkeit bedeutend unter die Wasseroberfläche sinkt und somit ein gutes Übereinstimmen der Isotachen mit den konzentrischen Halbkreisen nicht erwartet werden darf.

In diesem Kapitel VI finden sich nun die den betreffenden Halbkreisen entsprechenden, gemessenen mittleren Geschwindigkeiten ausgerechnet und wir können sogleich an der Hand dieser Zahlen die Geschwindigkeitsformel $u = 1{,}195\, m_r \sqrt{RI} \cdot \sqrt[8]{h}$ prüfen.

r	Reihe Nr. 71; R = 0,643 Cement				Reihe Nr. 72; R = 0,625 Cement mit Sand				Reihe Nr. 73; R = 0,702 Bretter				Reihe Nr. 74; R = 0,613 Kies von 1—2 cm			
	h	$\sqrt[8]{h}$	u_m	$\frac{u_m}{\sqrt[8]{h}}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u_m	$\frac{u_m}{\sqrt[8]{h}}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u_m	$\frac{u_m}{\sqrt[8]{h}}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u_m	$\frac{u_m}{\sqrt[8]{h}}$
	v = 1,786				v = 1,679				v = 1,612				v = 1,229			
0,000	0,643	0,946	2,086	2,205	0,625	0,942	1,920	2,078	0,702	0,957	1,905	1,995	0,613	0,941	1,449	1,538
0,100	0,543	0,927	2,083	2,250	0,525	0,922	1,910	2,134	0,602	0,938	1,898	2,023	0,513	0,920	1,430	1,555
0,200	0,443	0,903	2,040	2,260	0,425	0,898	1,879	2,091	0,502	0,917	1,880	2,050	0,413	0,895	1,445	1,615
0,300	0,343	0,874	2,004	2,292	0,325	0,870	1,819	2,090	0,402	0,892	1,862	2,087	0,313	0,865	1,409	1,628
0,400	0,243	0,838	1,938	2,311	0,225	0,830	1,741	2,098	0,302	0,861	1,795	2,083	0,213	0,824	1,330	1,613
0,500	0,143	0,783	1,837	2,346	0,125	0,771	1,633	2,118	0,202	0,818	1,718	2,100	0,113	0,761	1,133	1,488
0,560	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,053	0,692	0,972	1,405
0,575	0,068	0,714	1,652	2,312	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,585	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,028	0,640	0,829	1,295
0,600	0,043	0,674	1,523	2,260	0,025	0,631	1,305	2,068	0,102	0,751	1,560	2,076	—	—	—	—
0,670	—	—	—	—	—	—	—	—	0,032	0,650	1,316	2,023	—	—	—	—

		Reihe 71	Reihe 72	Reihe 73	Reihe 74
Mittleres $\frac{u_m}{\sqrt[8]{h}}$	=	2,279	2,097	2,055	1,517
I	=	0,0015	0,0015	0,0015	0,0015
$\sqrt{RI}$	=	0,03105	0,03060	0,03242	0,03032
$m_r = \frac{\frac{u}{\sqrt[8]{h}}}{1{,}195\sqrt{RI}}$	=	61,34	57,30	53,00	41,82

Zu dieser Zusammenstellung wird bemerkt, dass die grösste Tiefe H nicht immer genau mit der halben Breite übereinstimmte. Wo dies nicht der Fall war, wurde für R das arithmetische Mittel aus beiden genommen.

Aus dieser Tabelle lernen wir sofort, dass auch im halbkreisförmigen, glatten Kanal die Gleichung $u = 1{,}195\, m_r \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h}$ gilt, denn

1. Betragen die grössten Abweichungen der Quotienten $\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$ von ihrem Durchschnitt im Maximum

für reinen Cement bloss	3,25 %
„ Cement mit Sand bloss	1,76 „
„ Bretter bloss	2,94 „
„ Kies von 1—2 cm Durchmesser dagegen	14,63 „

2. Die Koeffizienten m_r stimmen sehr gut mit den übrigen an diesen Kanälen angestellten Versuchen überein. (Reihen Nr. 24—27).

Wir hatten auf Seite 55 gefunden:

Für reinen Cement, m zu	71,68 (für beide)
„ Cement m. Sand, „ „	
„ Bretter „ „	56,45
„ Kies von 1—2 cm „ „	42,26

Rechnen wir nun diese Koeffizienten m nach der Formel $m_r = 0{,}8862\, m$ S. 75) um, so ist m_r

für Cement	63,48
„ Bretter	50,00
„ Kies	37,60

Noch eine bessere Übereinstimmung beider Koeffizienten erhalten wir, wenn wir den Koeffizienten m_r direkt aus den bei den Versuchen gefundenen mittleren Geschwindigkeiten berechnen, was hiernach geschieht:

Reihe Nr.	R	$\sqrt[8]{R}$	$\sqrt{RI}$	v	$m_r = \frac{v}{\sqrt{RI}\,\sqrt[8]{R}}$	$m_r = \frac{\frac{u}{\sqrt[8]{h}}}{1{,}195\sqrt{RI}}$
71	0,643	0,946	0,03105	1,786	60,82	61,34
72	0,625	0,943	0,03060	1,679	58,18	57,30
73	0,702	0,957	0,03242	1,612	51,98	53,00
74	0,613	0,941	0,03032	1,229	43,08	41,82

Hier ist nun die Übereinstimmung eine fast vollkommene, so dass auch im glatten, halbkreisförmigen Kanal die Richtigkeit der Formel

$$u = 1{,}195\, m_r \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h}$$

nachgewiesen ist.

Damit sind auch etwaige Bedenken gehoben, dass diese Formel vielleicht in den Röhren nicht stimmen würde, wenn Darcy auch Messungen an näher als $\frac{R}{3}$ von der Wandung entfernten Punkten vorgenommen hätte.

In den Kanälen von Bazin liegt das Verhältnis der untersuchten äussersten Wanddistanz zum Halbmesser zwischen 0,040 und 0,067.

In Worten ausgedrückt, sagt obiger Ausdruck für u:

Sowohl im geschlossenen kreisförmigen Rohre, wie auch im halbkreisförmigen glatten Kanale, ist die sogenannte Geschwindigkeitskurve eine Parabel 8. Ordnung mit dem Scheitel an der Wandung und mit der Achse normal zu derselben.

Machen wir in der Folge die Wandung zur Y-Achse, die Parabelachse zur X-Achse eines kartesianischen Koordinatensystems.

§ 25. Aus dieser Fundamentalformel für die Einzelgeschwindigkeiten $u = 1{,}195\, m_r \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h}$ lassen sich nun auch die Differentialformeln für das Gleichgewicht von Kraft und Reaktionskraft (Reibung) ableiten.

Obige Formel, die wir hier der Einfachheit halber schreiben wollen mit $u = n \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h}$, gibt, nach h differenziert:

$$du = \frac{n \sqrt{RI} \,.\, dh}{8\, h^{\frac{7}{8}}},$$

woraus

$$(1) \quad RI = \frac{64\, h^{\frac{7}{4}}}{n^2} \left(\frac{du}{dh}\right)^2 = \frac{1}{h^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{8\, h\, du}{n\, dh}\right)^2$$

Nennen wir die Subtangente (auf der Y-Achse) $h \,.\, \frac{du}{dh} = \alpha$, so wird obige Gleichung zu

$$(2) \quad RI = \frac{1}{h^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{8\,\alpha}{n}\right)^2 = \left(\frac{8\,\alpha}{n\, h^{\frac{1}{8}}}\right)^2$$

In Gleichung (1) bedeutet RI die in der Richtung des Rohrs wirkende Gewichtskomponente eines normal zu den Wandungen stehenden Wasserprismas von der Länge R, der Breite 1 und dem Durchmesser 1 oder, anders ausgedrückt, die zweifache bewegende Kraft per Flächeneinheit. Denn das ganze wirksame Gewicht des Wasserkörpers ist gleich $R^2 \pi L I$ und die Fläche, an welcher dieses Gewicht anhaftet, gleich $2 R \pi L$. Das von jedem m^2 Wandfläche getragene Gewicht ist somit gleich $\frac{R^2 \pi L I}{2 R \pi L} = \frac{RI}{2}$. Die Grösse RI hat, physikalisch gesprochen, die Dimension eines Druckes, denn

$$RI = \frac{R\, H \,.\, \gamma}{L} = m\, l^{-1}\, t^{-2} = \text{gr. cm.}^{-1}\, \text{sec.}^{-2}.$$

Der Ausdruck rechts in der Gleichung (1) ist somit nichts anderes, als der doppelte Reibungswiderstand in diesem Wasserprisma, in einem Abstande h von der Wandung, ebenfalls per m^2 der betreffenden Schicht.

Obige Gleichungen lassen sich somit auch folgendermassen ausdrücken:

1. Die Reibung in irgend einem Punkte eines normal zu der Wandung stehenden Wasserfadens ist konstant und immer gleich seiner gesamten Gewichtskomponente in der Richtung der Drucklinie.

   Oder: Die Reibung per Flächeneinheit ist in allen Schichten des Wasserkörpers konstant und gleich der per m^2 wirkenden Schwerkraft des Wassers.

   Es ist dies ein ganz analoges Verhältnis, wie wenn an einer sehr dünnen Stange ein grösseres Gewicht hängt. Auch hier ist die Spannung in jedem Punkte dieser Stange dieselbe.

2. Das Produkt aus dem Quadrat der Neigung (Tangente) der Tangente an die Geschwindigkeitskurve auf der X-Achse mit dem zur Potenz $\frac{7}{4}$ erhobenen Abstand des betreffenden Berührungspunktes von der Wandung ist konstant und gleich der wirksamen Gewichtskomponente des Wasserfadens, multipliziert mit einem Koeffizienten.

3. Die wirksame Gewichtskomponente eines Wasserfadens ist gleich dem Quadrate des Quotienten aus der achtfachen Subtangente (auf der y-Achse) durch das Produkt eines Koeffizienten mit der 8. Wurzel aus dem Abstande von der Wandung.

Vergleichen wir unsere Differentialgleichung (1)

$$R\,I = \frac{64\,h^{\frac{7}{4}}}{n^2} \cdot \left(\frac{du}{dh}\right)^2$$

mit der von Darcy gefundenen:

$$r\,I = \frac{4\,R^2}{9\,k^2}\left(\frac{du}{dr}\right)^2 = \left(\frac{2\,R\,du}{3\,k\,dr}\right)^2,$$

so erblicken wir den prinzipiellen Hauptunterschied beider Gleichgewichtsgleichungen darin, dass bei Darcy die Reibung an einem und demselben, zur Wandung normal stehenden Wasserfaden, per Flächeneinheit, gegen die Wand hin zunimmt, während sie nach meiner Formel konstant bleibt. Nach beiden Formeln ist die Reibung proportional dem Quadrat der Neigung der Tangente zu der X-Achse.

Nehmen wir nochmals unsere Gleichung (1).

Es ist dies die Gleichgewichts-Gleichung für einen normalstehenden Wasserfaden von konstantem Querschnitt, oder für die Reibung per Flächeneinheit und es ist ohne Weiteres klar, dass deshalb in den verschiedenen Kreisringen die gesamte Kraft der Reibung proportional der betreffenden Isotachen-Peripherie, d. h. dem Abstand des Kreisringes von der Achse sein muss.

Multiplizieren wir beide Seiten dieser Gleichung mit $R\,\pi$, so erhalten wir:

$$(3) \qquad R^2 \pi I = \frac{64\, h^{\frac{7}{4}}}{n^2} \cdot \left(\frac{du}{dh}\right)^2 R \pi.$$

Der Ausdruck links ist die wirksame Gewichtskomponente eines 1 m langen Stückes des Wasser-Cylinders, der Ausdruck rechts die Reibung am Umfange desselben.

Die Reibung längs eines beliebigen Kreisringes erhalten wir nun, indem wir diesen Ausdruck rechts mit $\frac{r}{R}$ multiplizieren und wir haben nun für die Reibung längs einer beliebigen Cylinderfläche:

$$(4) \qquad K = \frac{64\, h^{\frac{7}{4}}}{n^2} \cdot \left(\frac{du}{dh}\right)^2 r \pi.$$

Man kann nun noch eine fernere Gleichgewichtsgleichung für die bewegenden und verzögernden Kräfte, ohne Differential-Verhältnisse aufstellen. Es ist nämlich auch

$$(5) \qquad R\, I = \frac{u^2}{n^2 \sqrt[4]{h}}.$$

Nach dieser Gleichung können wir nun den Reibungskoeffizienten

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{1{,}195^2\, m_r^2}$$

definieren wie folgt:

Der Reibungskoeffizient $\frac{1}{n^2}$ ist die von einer Wasserschicht von der Höhe R auf die Flächeneinheit der Unterlage (Wandung) oder einer beliebigen, der letzteren parallele Schicht in tangentialer Richtung ausgeübte Kraft, wenn die Geschwindigkeit im Abstande 1 von der Wand gleich 1 ist, oder wenn die Translationsgeschwindigkeit in einem Punkte gleich ist der 8. Wurzel aus dessen Abstand von der Wandung.

Letzteres ist der Fall, wenn $u = n \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h} = \sqrt[8]{h}$, also wenn $n \sqrt{RI} = 1$.

Da m_r für ganz glatte Röhren im praktischen und zwar Meter-Tonnen-System ungefähr $= 82$, so ist in diesem Falle $RI = \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1{,}195^2 m_r^2} = 0{,}0001041$.

Setzen wir $R = 1$, so wäre dann $I = 0{,}000104$, und wir können vom Reibungskoeffizienten $\frac{1}{n^2}$ auch sagen, er bedeute die von einer Wasserschicht von der Höhe 1 an der Unterlage oder einer dieser parallelen Schicht per Flächeneinheit ausgeübte tangentale Kraft bei einem Gefälle der Röhre von 0,000104.

Diese Druckeinheit $\frac{1}{n^2}$ oder $\frac{1}{1{,}1953^2\, m_r^2}$ ist z. B. für ganz glatte Röhren, wo $m_r = 82$, gleich 0,0001041 Tonnen = 104,1 Gramm,

für Erde, wo $m = 27$, = 961 „

Um die Bedeutung dieses Koeffizienten $\frac{1}{n^2}$ noch besser zu erkennen, suchen wir dessen Dimensionen auf:

Multiplizieren wir Gleichung (5) beidseitig mit $R\pi$, so erhalten wir:

$$R^2 \pi I = \frac{u^2}{2 n^2 \sqrt[4]{h}} 2 R\pi.$$

Aus der Hydrodynamik haben wir gesehen, dass I eigentlich das Verhältnis $\frac{H \cdot \gamma}{L}$, wo γ das spezifische Gewicht, bedeutet.

Wir können sonach auch schreiben:

$$R^2 \pi . H \gamma = \frac{u^2 . L}{2 n^2 \sqrt[4]{h}} 2 R\pi.$$

Links haben wir die Dimensionen $l^2 . l . ml^{-2} t^{-2} = mlt^{-2}$, also eine Kraft (Druckkraft), der Ausdruck rechts muss sonach dieselben Dimensionen haben. Daraus ermittelt sich die Dimension von $\frac{1}{n^2}$ zu $ml^{-\frac{11}{4}} = \frac{ml^{\frac{1}{4}}}{l^3}$.

Dies ist die Dimension einer Dichte im Sinne des absoluten Masssystems, multipliziert mit der 4. Wurzel aus einer Länge.

In absolutem Mass ausgedrückt ist $\frac{1}{n^2}$ im gr-cm-System

$$= 981 \frac{1}{1\,000\,000} \cdot \left(\frac{1}{100}\right)^{-\frac{11}{4}} . 0{,}0001041 = 0{,}03229,$$

demnach ist der ganze Koeffizient $\frac{1}{2 n^2} = 0{,}0161$ Dynen, welcher bei der Unsicherheit, mit welcher $m = 82$ behaftet ist, ganz wohl mit dem Koeffizienten der geradläufigen Bewegung, $\mu = 0{,}01816$ identisch sein könnte, und wenigstens mit diesem von gleicher Ordnung sein muss.

Identität fände statt, wenn $n = 92{,}41$ und $m_r = 77{,}3$ sind.

Aus der Geschwindigkeitsformel ist ersichtlich, dass die Geschwindigkeit an der Wandung selbst gleich 0 wird, dass also die ganze Reibung der Flüssigkeit, ganz analog derjenigen in Kapillar-Röhren, eine „innere" ist, d. h. ausschliesslich auf den Molekularkräften der Flüssigkeit beruht.

3. Im rechtwinkligen geschlossenen Profil.

§ 26. Aus den Gleichgewichtsgleichungen $RI = \frac{64 h^{\frac{7}{4}}}{n^2} \left(\frac{du}{dh}\right)^2$ und $RI = \frac{u^2}{n^2 . \sqrt[4]{h}}$ hoffte der Verfasser, die Gleichungen der Einzelgeschwindigkeiten in sämtlichen einfachen Röhrenprofilen ableiten zu können. Am leichtesten erschien dies für das rechtwinklige Profil; von diesem aus wäre es mir dann

vielleicht möglich geworden, die Formeln für die übrigen abzuleiten und schliesslich auch für die offenen Kanäle. Dieser Schritt ist mir nicht gelungen. Eine Hauptschwierigkeit der Aufgabe liegt darin, dass wir auch im kreisförmigen Profil nur die Translationsgeschwindigkeit, nicht aber auch die Art der übrigen Bewegungen kennen. Gewiss sind letztere auch wirbelnde und werden die konzentrisch um die Achse gelagerten Wirbelringe sich hauptsächlich in der Längsrichtung des Rohrs abwärts bewegen, jedenfalls aber, wie aus den Versuchen Reynolds' hervorgeht, auch seitwärts. Von dieser letzteren Bewegung wissen wir nun gar nichts. Die hohe Ordnungszahl der Parabel lässt auf ziemlich komplizierte Vorgänge schliessen (vielleicht sind es Wirbel von Wirbeln) und es mag wohl nur der analytischen Hydrodynamik, unterstützt durch neue, noch mit genaueren als die von früheren Experimentatoren und mir verwendeten Apparaten ausgeführte Versuche, gelingen, auch für die sog. „rollende“ Bewegung die allgemeinen Gleichungen aufzustellen.

Immerhin wollte der Verfasser versuchen, auf empyrischem Wege das Gesetz der Translation auch für die einzelnen Wasserfäden des rechtwinkligen, nichtkapillaren Rohrs zu finden und stellte zu diesem Zwecke die in Abschnitt III beschriebenen Versuche an, welche vollständig in nachstehender Tabelle aufgeführt sind.

Des Verfassers an rechtwinkeligen Röhren angestellte Geschwindigkeits-Messungen.

A. An einer Röhre von 0,1 m Breite mit Wasser aus der kleinen Simme.

Nr.	Datum	T° Réaumur	Θ Sekunden	Q	Q bei Druckdifferenz zwischen 1 u. 2	H	B	F	V_m	h cm	A	1 B_1	2 C	3 0,050	4 0,040	5 b = 0,020	6 0,005	7 0,001	8 B_2 0	Berechnung von I
1	27. X. 1901	3,5	3,05	0,0139	5,35	0,0506	0,05165	0,01045	1,333	9,5	5,25	8,50	13,84	18,81	—	17,99	14,82	12,55	8,50	
										8,0	5,25	8,50	13,88	23,57	—	20,90	17,14	12,49	8,50	
										5,0	5,20	8,50	13,88	24,40	—	23,25	18,33	12,70	8,50	$\frac{0,0535}{3,02} = 17,7$ ‰
										2,0	5,20	8,50	13,90	22,55	—	20,45	16,20	12,75	8,49	
										0,5	5,10	8,37	13,70	18,75	—	16,12	14,35	11,69	8,38	
2	22. IX. 1901	7,0	3,92	0,01084	2,86	0,0505	0,0505	0,0102	1,062	9,9	—	8,80	11,65	12,91	12,95	12,64	11,06	9,64	8,80	
										9,5	—	8,80	11,59	13,91	13,75	13,48	11,62	9,91	8,80	
										8,0	—	8,80	11,62	15,70	15,65	14,53	13,00	10,58	8,80	
										6,0	—	8,80	11,60	17,12	16,25	15,27	13,40	11,40	8,70	$\frac{0,0392}{3,02} = 9,5$ ‰
										5,0	—	8,78	11,45	16,49	16,18	15,40	13,38	11,15	8,73	
										4,0	—	8,71	11,40	16,42	15,92	15,22	13,19	11,12	8,70	
										2,0	—	8,70	11,39	15,04	15,40	14,29	12,47	10,29	8,69	
										0,5	—	8,66	11,24	13,08	13,54	12,04	11,57	9,62	8,63	
										0,1	—	8,65	11,24	12,16	12,35	10,42	11,03	9,33	8,63	
3	29. IX. 1901	6,4	5,4	0,00787	1,41	0,0505	0,0505	0,0102	0,772	9,9	—	7,20	8,60	8,92	8,88	8,72	8,25	7,79	7,21	
										9,5	—	7,19	8,60	9,49	9,32	9,28	8,42	7,77	7,21	
										8,0	—	7,20	8,61	10,72	10,48	9,84	8,98	7,82	7,21	
										6,0	—	7,20	8,61	10,74	10,52	10,20	9,17	7,84	7,21	$\frac{0,0141}{3,02} = 4,7$ ‰
										5,0	—	7,20	8,61	10,79	10,60	10,39	9,20	7,85	7,21	
										4,0	—	7,20	8,61	10,75	10,56	10,37	9,19	7,86	7,20	
										2,0	—	7,20	8,61	10,32	10,33	9,73	8,82	7,83	7,21	
										0,5	—	7,20	8,60	9,05	9,10	8,51	8,51	7,85	7,21	
										0,1	—	7,20	8,60	7,95	—	7,61	7,68	7,37	7,21	
4	29. IX. 1901	7,0	12,05	0,00353	1,38	0,0300	0,0508	0,0061	0,579	5,9	—	3,20	4,59	4,31	4,09	4,26	4,01	3,81	3,20	
										5,5	—	3,20	4,59	4,60	4,58	4,58	4,19	3,86	3,20	
										4,0	—	3,19	4,57	5,30	5,27	5,10	4,30	3,71	3,20	
										3,0	—	3,20	4,57	5,51	5,39	5,10	4,35	3,63	3,20	$\frac{0,0138}{3,02} = 4,6$ ‰
										2,0	—	3,20	4,56	5,42	5,37	5,02	4,30	3,62	3,20	
										0,5	—	3,20	4,56	5,02	4,68	4,69	4,28	3,51	3,20	
										0,1	—	3,20	4,54	4,42	4,39	4,30	4,18	3,47	3,20	

Nr.	Datum	T° Réaumur	Θ Sekunden	Q	bei Druckdifferenz zwischen 1 u. 2	H	B	F	V_m	h cm	Stand der Manometer in cm: A	1 B_1	2 C	3 b = 0,050	4 b = 0,040	5 b = 0,020	6 b = 0,005	7 b = 0,001	8 B_2 b = 0	Berechnung von I
	29. IX 1901	7,3	14,71	0,00288	1,51	0,025	0,0509	0,0051	0,565	4,9	—	2,53	4,00	3,45	3,30	3,41	3,17	3,17	2,45	
										4,5	—	2,49	4,00	3,82	3,78	3,80	3,35	3,11	2,50	
										3,5	—	2,48	4,00	4,37	4,30	4,30	3,58	3,01	2,50	$\frac{0,0151}{3,02} = 5,0\ ^0/_{00}$
										2,5	—	2,49	4,00	4,69	4,64	4,40	3,58	2,99	2,49	
										1,5	—	2,48	4,00	4,40	—	4,30	3,58	2,88	2,50	
										0,5	—	2,48	4,00	3,98	—	3,78	3,52	2,78	2,50	
										0,1	—	2,48	4,00	3,46	—	3,00	3,40	—	2,50	
6	27. X. 1901	3,0	12,25	0,00347	4,29	0,01635	0,0508	0,00332	1,045	2,9	4,50	9,10	(13,62)	14,10	13,60	10,77	13,25	11,84	9,17	Manometerstand bei B: 9,25 cm.
										2,5	4,50	9,12	(13,54)	15,88	16,12	—	14,10	11,74	9,19	Davon ab die Widerstandshöhe d. Röhrchen
										2,0	4,40	9,24	(13,50)	17,70	17,50	16,82	14,14	10,99	9,23	$= 0,091 \frac{v^2}{2g} = 0,091 . 0,055$ m
										1,5	4,50	9,20	(13,47)	18,13	18,05	17,15	14,28	11,05	9,19	$= 0,50$ cm
										1,0	4,49	9,15	(13,38)	17,19	17,50	—	14,19	11,68	9,21	$8,75$
										0,5	4,49	9,20	(13,50)	15,50	16,00	14,90	14,18	10,99	9,28	Gefälle:
										0,1	4,48	9,25	(13,54)	11,22	10,75	12,49	13,29	10,19	9,27	$\frac{8,75 - 4,48}{1,51} = 27,2\ ^0/_{00}$
	Während der Messung von Q:									—	4,48	9,25	(13,54)	—	—	—	—	—	—	
7	6. X. 1901	7,0	29,8	0,00143	1,80	0,0162	0,0512	0,00332	0,430	2,9	—	4,25	6,01	5,20	5,20	5,60	4,58	4,17	4,21	
										2,5	—	4,25	6,01	5,80	5,65	5,62	4,85	4,70	4,22	
										2,0	—	4,25	6,02	5,69	5,77	5,65	5,03	4,41	4,22	$\frac{0,0180}{3,02} = 6\ ^0/_{00}$
										1,5	—	4,23	6,02	5,90	5,98	5,70	5,05	4,40	4,21	
										1,0	—	4,25	6,02	5,79	5,80	5,64	5,05	4,40	4,23	
										0,5	—	4,25	6,02	5,51	5,57	5,60	5,02	4,39	4,22	
										0,1	—	4,25	6,02	5,21	5,19	5,60	4,93	4,22	4,22	
8	6. X. 1901	7,0	34,0	0,00125	1,41	0,0162	0,0512	0,00332	0,377	2,9	—	3,92	5,25	4,21	4,40	4,12	4,40	4,31	3,90	
										2,5	—	3,89	5,22	4,78	4,62	4,59	4,50	4,70	3,90	
										2,0	—	3,87	5,22	4,99	4,95	4,81	4,62	4,65	3,90	$\frac{0,0141}{3,02} = 4,7\ ^0/_{00}$
										1,5	—	3,88	5,21	5,05	4,97	4,91	4,66	4,62	3,90	
										1,0	—	3,88	5,21	5,05	4,99	4,87	4,62	4,62	3,90	
										0,5	—	3,88	5,21	4,89	4,82	4,60	4,58	4,60	3,90	
										0,1	—	3,87	5,21	4,60	4,50	4,32	4,28	3,98	3,90	

Bemerkung. In Nr. 6 funktionierte der Manometer Nr. 2 nicht richtig. Es wurde daher, ebenso bei Nr. 1, der Druck auch bei Manometer A gemessen und dem Versuch die sich zwischen den Manometern A und B ergebende Drucklinie zu Grunde gelegt.

B. An einer Röhre von 2 cm Breite und 5,1 cm Höhe (auf die schmälere Seite gestellt).

Nr.	Datum	T° Réaum.	θ Sekund.	Q	F	V_m	Druckhöhe über der Sohle bei einer Entfernung von der Ausflussmündung von Metern: 0,10	1,00	2,00	3,00	4,00	4,70	Manometerstand in cm: h	Achse (bei b = 0,0100)	rechts (bei b = 0,0055)	links (bei b = 0,002)	I ‰
14	3. III. 1902	5,5	87	0,000488	0,00102	0,474	4,22	6,38	9,79	12,65	15,48	17,40	4,9	8,00	8,08	7,72	17,4
													3,9	8,91	8,56	8,10	
													2,5	9,00	8,60	8,23	
													1,0	8,80	8,50	8,11	
													0,2	7,94	7,91	7,60	
15	3. III. 1902	5,5	147	0,000289	0,00102	0,287	2,88	5,48	7,52	9,40	11,20	12,70	4,9	5,79	5,80	5,67	6,0
													3,9	6,08	5,91	5,79	
													2,5	6,20	6,00	5,80	
													1,0	5,92	5,93	5,77	
													0,2	5,75	5,80	5,62	
16	3. III. 1902	5,5	110	0,000387	0,00102	0,379	4,27	5,18	6,40	7,20	8,00	8,50	4,9	6,02	—	—	12,2
													3,9	6,90	—	—	
													2,5	7,02	—	—	
													1,0	6,84	—	—	
													0,2	6,38	—	—	

§ 27. Da während der Versuche, namentlich der unter A angeführten, immer einige Schwankungen der Manometerstände vorkamen, so war es nötig, die Geschwindigkeiten auf eine und dieselbe Druckdifferenz zwischen 1 und 2 zu beziehen, d. h. noch eine Reduktion der durch Subtraktion der Manometerhöhe 1 von den Manometerhöhen 3—7 erhaltenen Geschwindigkeitshöhen auf eine konstante Druckdifferenz (Gefälle) vorzunehmen. Für diese letztere wurde das bei der jeweiligen Wassermengen-Messung (Bestimmung von Θ) herrschende angenommen.

Wir wissen, dass die Geschwindigkeit proportional ist der Quadratwurzel aus dem Gefälle, die Geschwindigkeitshöhen somit proportional sind dem Gefälle selbst. War nun z. B. der Gefällsverlust zwischen den Manometern 1 und 2, bei welchem die sekundliche Wassermenge gemessen wurde, z. B. gleich 5,35, der Gefällsverlust, bei welchem die Ablesungen einer horizontalen Wasserschicht gemacht wurde, dagegen gleich 5,40, so wurden sämtliche Geschwindigkeitshöhen dieser Schicht noch mit dem Quotienten $\frac{5,35}{5,40}$ multipliziert und erst aus diesen auf gleichen Druck reduzierten Geschwindigkeitshöhen die betreffende Geschwindigkeit selbst abgeleitet. Dieses Verfahren ist in der nachstehenden Berechnungstabelle niedergelegt.

Zur Messung Nr. 6 ist zu bemerken, dass vom Manometerstand 1 und 8 zur Berechnung der Geschwindigkeitshöhen jeweilen die Widerstandshöhe der Röhrchen mit $0,091 \frac{u^2}{2g} = 0,50$ cm abgezogen wurde.

Wir entnehmen nun diesen Tabellen, dass die Geschwindigkeiten symmetrisch gelegener Punkte einander gleich sind, dass die Differenzen nur in unvermeidlichen Ungenauigkeiten des Gerinnes und der Messungen selbst ihren Grund haben müssen. Die unscheinbarsten Unregelmässigkeiten des Querprofils veranlassen oft die grössten Störungen der Isotachen, besonders wenn die Querschnittsflächen, wie hier, ziemlich klein sind. Nur bei allergrösster Sorgfalt und unausgesetzter Kontrolle der Apparate können übrigens von solchen Versuchen Erfolge erwartet werden. Differenzen von 12—13% in den Geschwindigkeiten symmetrisch gelegener Punkte kommen sowohl bei meinen, wie bei Bazin's Messungen wiederholt vor.

§ 28. An allen diesen Versuchen wurde nun das Gesetz der Geschwindigkeiten nach der Parabel 8. Ordnung geprüft.

In dem Bazin'schen Werke waren nicht die wirklichen Geschwindigkeiten, sondern die Verhältnisse derselben zur mittleren Geschwindigkeit angegeben. Diese Geschwindigkeitsverhältnisse mussten daher, um mit meinen Geschwindigkeiten verglichen werden zu können, noch umgerechnet werden. Ferner wurden sowohl bei den Bazin'schen wie bei meinen Versuchen die Geschwindigkeiten symmetrisch gelegener Punkte in eine einzige, mittlere, zusammengezogen.

Berechnung der Einzel-Geschwindigkeiten in des Verfassers rechtwinkligen Röhren.

Nr.	h	Manometer-Stände bei		$\frac{u^2}{2g}$ des Versuchs, bei Manometer Nr.					Druck-differenz des Versuchs	Druck-differenz des betreffen-den Q	Verhältnis beider Druck-differenzen	$\frac{u^2}{2g}$ reduziert auf gleiche Druckdifferenz, bei Manometer Nr.					u bei Manometer Nr.				
		1 u. 8	2	3	4	5	6	7				3	4	5	6	7	3	4	5	6	7
1	9,5	8,50	13,84	10,31	—	9,49	6,32	4,05	5,34	5,35	10,02	10,33	—	9,51	6,33	4,06	1,424	—	1,368	1,112	0,893
	8,0	8,50	13,88	15,07	—	12,40	8,64	3,99	5,38	5,35	0,994	14,98	—	12,31	8,58	3,96	1,710	—	1,553	1,298	0,882
	5,0	8,50	13,88	15,90	—	14,75	9,83	4,20	5,38	5,35	0,994	15,80	—	19,66	9,77	4,17	1,759	—	1,693	1,388	0,907
	2,0	8,50	13,90	14,05	—	11,95	7,70	4,25	5,40	5,35	0,990	13,91	—	11,83	7,62	4,19	1,650	—	1,522	1,224	0,908
	0,5	8,38	13,70	10,38	—	7,74	5,97	3,31	5,32	5,35	1,005	10,42	—	7,78	6,00	3,33	1,431	—	1,234	1,086	0,808
2	9,9	8,80	11,69	4,11	4,15	3,84	2,26	0,84	2,89	2,86	0,99	4,07	4,11	3,90	2,24	0,83	0,895	0,900	0,875	0,665	0,410
	9,5	8,80	11,59	5,11	4,95	4,68	2,82	1,11	2,79	2,86	1,027	5,24	5,08	4,80	2,92	1,14	1,018	0,990	0,970	0,768	0,475
	8,0	8,80	11,62	6,90	6,85	5,73	4,20	1,78	2,82	2,86	1,015	7,02	6,96	5,83	4,27	1,81	1,171	1,164	1,070	0,917	0,598
	6,0	8,75	11,60	8,37	7,50	6,52	4,65	2,65	2,85	2,86	1,003	8,40	7,53	6,55	4,67	2,66	1,282	1,213	1,131	1,055	0,725
	5,0	8,79	11,45	7,70	7,39	6,61	4,59	2,36	2,66	2,86	1,077	8,30	7,96	7,13	4,95	2,54	1,245	1,248	1,183	0,989	0,710
	4,0	8,71	11,40	7,71	7,21	6,51	4,48	2,41	2,69	2,86	1,065	8,22	7,69	6,95	4,77	2,57	1,270	1,228	1,133	0,968	0,708
	2,0	8,70	11,39	6,34	6,70	5,59	3,77	1,59	2,69	2,86	1,065	6,76	7,14	5,96	4,02	1,70	1,150	1,181	1,080	0,890	0,575
	0,5	8,65	11,24	4,43	4,89	3,39	2,92	0,97	2,59	2,86	1,105	4,90	5,41	3,75	3,23	1,07	0,981	1,030	0,856	0,803	0,401
	0,1	8,64	11,25	3,52	3,71	1,78	2,39	0,69	2,60	2,86	1,102	3,88	4,09	1,96	2,63	0,74	0,871	0,892	0,615	0,720	0,383
3	9,9	7,20	8,60	1,72	1,68	1,52	1,05	0,59	1,40	1,41	1,007	1,73	1,69	1,53	1,06	0,60	0,580	0,575	0,550	0,456	0,346
	9,5	7,19	8,60	2,29	2,13	2,10	1,23	0,58	1,41	1,41	1,00	2,29	2,13	2,10	1,23	0,58	0,656	0,645	0,642	0,498	0,337
	8,0	7,20	8,61	3,52	3,28	2,64	1,78	0,62	1,41	1,41	1,00	3,52	3,28	2,64	1,78	0,62	0,830	0,804	0,722	0,593	0,350
	6,0	7,20	8,61	3,54	3,31	3,00	1,97	0,64	1,41	1,41	1,00	3,54	3,32	3,00	1,97	0,64	0,834	0,812	0,766	0,623	0,367
	5,0	7,20	8,61	3,59	3,40	3,19	2,00	0,65	1,41	1,41	1,00	3,59	3,40	3,19	2,00	0,65	0,843	0,818	0,792	0,627	0,365
	4,0	7,20	8,61	3,55	3,26	3,17	1,99	0,66	1,41	1,41	1,00	3,55	3,26	3,17	1,99	0,66	0,835	0,803	0,785	0,762	0,360
	2,0	7,20	8,61	3,12	3,13	2,53	1,62	0,63	1,41	1,41	1,00	3,12	3,13	2,53	1,62	0,63	0,783	0,785	0,707	0,564	0,353
	0,5	7,20	8,60	1,85	1,90	1,31	1,31	0,65	1,40	1,41	1,007	1,86	1,91	1,32	1,32	0,66	0,604	0,610	0,493	0,491	0,357
	0,1	7,20	8,60	0,75	—	0,41	0,48	0,17	1,40	1,41	1,007	0,76	—	0,42	0,49	0,18	0,381	—	0,293	0,309	0,190
4	5,9	3,20	4,59	1,10	0,89	1,06	0,81	0,61	1,39	1,38	0,992	1,10	0,88	1,05	0,80	0,61	0,465	0,416	0,456	0,397	0,343
	5,5	3,20	4,59	1,40	1,38	1,36	0,09	0,66	1,39	1,38	0,992	1,39	1,37	1,35	0,98	0,65	0,520	0,518	0,514	0,436	0,354
	4,0	3,20	4,57	2,10	2,07	1,90	1,10	0,51	1,37	1,38	1,007	2,12	2,08	1,91	1,11	0,51	0,643	0,636	0,612	0,470	0,320
	3,0	3,20	4,57	2,31	2,19	1,90	1,15	0,43	1,37	1,38	1,007	2,33	2,21	1,91	1,16	0,43	0,676	0,660	0,611	0,476	0,300
	2,0	3,20	4,56	2,22	2,17	1,82	1,10	0,42	1,36	1,38	1,015	2,26	2,21	1,85	1,12	0,42	0,666	0,656	0,604	0,471	0,299
	0,5	3,20	4,56	1,82	1,48	1,49	1,08	0,31	1,36	1,38	1,015	1,85	1,50	1,51	1,10	0,31	0,604	0,544	0,547	0,465	0,250
	0,1	3,20	4,54	1,22	1,29	1,10	0,98	0,27	1,34	1,38	1,030	1,26	1,33	1,13	1,01	0,28	0,498	0,512	0,472	0,448	0,239

Nr.	h	Manometer-Stände bei		$\frac{u^2}{2g}$ des Versuchs, bei Manometer Nr.					Druck-differenz des Versuchs	Druck-differenz des betreffenden Q	Verhältnis beider Druck-differenzen	$\frac{u^2}{2g}$ reduziert auf gleiche Druckdifferenz, bei Manometer Nr.					u bei Manometer Nr.				
		1 u. 8	2	3	4	5	6	7				3	4	5	6	7	3	4	5	6	7
5	4,9	2,49	4,00	0,96	0,81	0,92	0,68	0,68	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,432	0,400	0,423	0,360	0,360
	4,5	2,49	4,00	1,33	1,29	1,31	0,86	0,62	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,513	0,506	0,509	0,410	0,355
	3,5	2,49	4,00	1,88	1,81	1,81	1,09	0,52	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,605	0,596	0,596	0,460	0,325
	2,5	2,49	4,00	2,20	2,15	1,91	1,09	0,50	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,658	0,649	0,610	0,558	0,313
	1,5	2,49	4,00	1,91	—	1,83	1,09	0,39	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,610	—	0,600	0,459	0,275
	0,5	2,49	4,00	1,49	—	1,29	1,03	0,29	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,540	—	0,505	0,456	0,240
	0,1	2,49	4,00	0,97	—	0,51	0,91	—	1,51	1,51	1,00	—	—	—	—	—	0,435	—	0,321	0,424	—
6	2,9	9,13	bei A 4,50	4,97	4,47	1,64	4,12	2,71	4,13	4,27	1,034	5,14	4,62	1,69	4,15	2,80	1,006	0,938	0,566	0,900	0,731
	2,5	9,15	4,50	6,73	6,97	—	4,95	2,59	4,15	4,27	1,028	6,92	7,17	—	5,09	2,66	1,163	1,167	—	0,986	0,711
	2,0	9,24	4,49	8,46	8,26	7,58	4,90	1,75	4,25	4,27	1,005	8,51	8,30	7,62	4,92	1,76	1,291	1,272	1,218	0,981	0,586
	1,5	9,20	4,50	8,93	8,85	7,95	5,08	1,85	4,20	4,27	1,016	9,08	9,00	8,09	5,16	1,88	1,330	1,319	1,248	1,000	0,601
	1,0	9,18	4,49	8,20	8,32	—	5,04	2,50	4,19	4,27	1,018	8,35	8,47	—	5,13	2,55	1,279	1,277	—	0,995	0,700
	0,5	9,24	4,49	8,26	6,76	5,66	4,94	1,75	4,25	4,27	1,005	8,31	6,80	5,69	4,96	1,76	1,151	1,149	1,053	0,985	0,586
	0,1	9,26	4,48	1,96	1,49	3,23	4,03	0,93	4,28	4,27	0,998	1,95	0,49	3,22	4,20	0,93	0,618	0,504	0,800	0,891	0,431
7	2,9	4,23	6,01	0,77	0,77	1,17	0,15	—	1,78	1,80	1,011	0,78	0,78	1,18	0,15	—	0,391	0,391	0,481	0,180	—
	2,5	4,23	6,01	1,37	1,22	1,19	0,42	0,27	1,78	1,80	1,010	1,38	1,23	1,20	0,42	0,27	0,519	0,494	0,485	0,290	0,230
	2,0	4,23	6,02	1,46	1,54	1,42	0,80	0,18	1,79	1,80	1,005	1,47	1,55	1,43	0,80	0,18	0,538	0,553	0,530	0,398	0,190
	1,5	4,22	6,02	1,68	1,76	1,48	0,83	0,24	1,80	1,80	1,000	1,68	1,76	1,48	0,83	0,24	0,572	0,585	0,538	0,405	0,220
	1,0	4,24	6,02	1,75	1,56	1,40	0,81	0,16	1,78	1,80	1,010	1,76	1,57	1,40	0,80	0,16	0,587	0,555	0,530	0,398	0,180
	0,5	4,24	6,02	1,27	1,33	1,36	0,78	0,15	1,78	1,80	1,010	1,27	1,33	1,36	0,78	0,15	0,497	0,512	0,517	0,391	0,175
	0,1	4,24	6,02	0,97	0,75	1,36	0,69	—	1,78	1,80	1,010	0,97	0,75	1,36	0,69	—	0,435	0,381	0,517	0,375	—
8	2,9	3,91	5,25	0,30	0,49	0,21	0,49	0,40	1,34	1,41	1,052	0,32	0,52	0,22	0,52	0,42	0,252	0,320	0,220	0,321	0,290
	2,5	3,90	5,22	0,88	0,72	0,69	0,60	0,80	1,32	1,41	1,068	0,94	0,77	0,74	0,64	0,85	0,430	0,386	0,380	0,360	0,410
	2,0	3,89	5,22	1,10	1,06	0,92	0,73	0,76	1,33	1,41	1,060	1,17	1,12	0,98	0,77	0,81	0,470	0,468	0,436	0,388	0,399
	1,5	3,89	5,21	1,16	1,08	1,02	0,77	0,73	1,32	1,41	1,068	1,24	1,15	1,09	0,82	0,78	0,493	0,475	0,462	0,403	0,391
	1,0	3,89	5,21	1,16	1,10	0,98	0,73	0,73	1,32	1,41	1,068	1,24	1,17	1,05	0,78	0,78	0,493	0,481	0,455	0,391	0,391
	0,5	3,89	5,21	1,00	0,93	0,71	0,69	0,71	1,32	1,41	1,068	1,07	0,99	0,76	0,74	0,76	0,456	0,440	0,381	0,379	0,381
	0,1	3,89	5,21	0,70	0,61	0,43	0,39	0,09	1,32	1,41	1,068	0,76	0,65	0,46	0,42	0,10	0,381	0,360	0,299	0,290	0,140

h	Versuch Nr. 14						Versuch Nr. 15						Versuch Nr. 16					
	$\frac{u^2}{2g}$ bei b =			u bei b =			$\frac{u^2}{2g}$ bei b =			u bei b =			$\frac{u^2}{2g}$ bei b =			u bei b =		
	0,0100	0,0055	0,0022	0,0100	0,0055	0,0020	0,0100	0,0055	0,0020	0,0100	0,0055	0,0020	0,0100	0,0055	0,0020	0,0100	0,0055	0,0020
In Centimetern																		
4,9	1,62	1,70	1,34	0,567	0,578	0,513	0,31	0,32	0,19	0,246	0,250	0,193	0,84	—	—	0,406	—	—
3,9	2,53	2,18	1,72	0,704	0,656	0,581	0,60	0,43	0,31	0,343	0,290	0,246	1,72	—	—	0,580	—	—
2,5	2,62	2,22	1,85	0,717	0,662	0,600	0,72	0,52	0,32	0,376	0,319	0,250	1,84	—	—	0,601	—	—
1,0	2,42	2,12	1,73	0,690	0,646	0,583	0,44	0,45	0,29	0,294	0,297	0,248	1,66	—	—	0,574	—	—
0,2	1,56	1,53	1,22	0,555	0,549	0,491	0,27	0,32	0,14	0,230	0,250	0,166	1,20	—	—	0,485	—	—

Sind die Geschwindigkeitskurven Parabeln 8. Ordnung, so muss der Quotient $\frac{u}{\sqrt{bh}}$ durch eine ganze Messung hindurch konstant bleiben und zeigt uns nachstehende Tabelle, inwiefern dies auch der Fall ist.

253694

Versuch Nr.	h	b = 0,050				b = 0,040				b = 0,020				b = 0,005				b = 0,001			
		u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$
Christen 1	0,001	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,005	1,427	1,00025	0,359	3,97	—	—	—	—	1,301	0,00010	0,316	4,11	1,099	0,000025	0,266	4,13	0,850	0,000005	0,217	(3,92)
	0,020	1,680	0,00100	0,421	3,99	—	—	—	—	1,538	0,00040	0,376	4,05	1,261	0,000100	0,316	3,99	0,895	0,000020	0,258	(3,46)
	0,040	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,050	1,759	0,0025	0,472	3,72	—	—	—	—	1,693	0,00100	0,422	4,01	1,388	0,00025	0,354	3,92	0,907	0,00005	0,290	(3,13)
Christen 2	0,001	0,883	0,00005	0,290	3,05	0,896	0,00004	0,283	3,17	0,745	0,00002	0,259	2,88	0,692	0,000005	0,217	3,17	0,396	0,000001	0,178	(2,22)
	0,005	0,999	0,00025	0,359	2,78	1,010	0,00020	0,345	2,93	0,913	0,00010	0,316	2,89	0,785	0,000025	0,266	2,96	0,438	0,000005	0,217	(2,02)
	0,020	1,160	0,00100	0,421	2,75	1,172	0,00080	0,410	3,17	1,075	0,00040	0,376	2,86	0,903	0,000100	0,316	2,86	0,586	0,000020	0,259	(2,26)
	0,040	1,276	0,00200	0,460	2,77	1,221	0,00160	0,447	2,76	1,132	0,00080	0,410	2,76	1,012	0,000200	0,345	2,93	0,716	0,000040	0,282	(2,54)
	0,050	1,275	0,00250	0,472	2,70	1,248	0,00200	0,460	2,71	1,183	0,00100	0,422	2,80	0,989	0,000250	0,354	2,79	0,710	0,000050	0,290	(2,44)
Christen 3	0,001	0,480	0,00005	0,290	1,65	0,575	0,00004	0,283	2,03	0,421	0,00002	0,259	1,63	0,382	0,000005	0,217	1,76	0,268	0,000001	0,178	(1,51)
	0,005	0,630	0,00025	0,359	1,75	0,627	0,00020	0,345	1,82	0,567	0,00010	0,316	1,79	0,494	0,000025	0,266	1,86	0,347	0,000005	0,217	(1,60)
	0,020	0,806	0,00100	0,421	1,92	0,794	0,00080	0,410	1,94	0,714	0,00040	0,376	1,90	0,578	0,000100	0,316	1,83	0,351	0,000020	0,259	(1,36)
	0,040	0,834	0,00200	0,460	1,81	0,807	0,00160	0,447	1,81	0,775	0,00080	0,410	1,89	0,692	0,000200	0,345	2,00	0,363	0,000040	0,282	(1,29)
	0,050	0,843	0,00250	0,472	1,79	0,818	0,00200	0,460	1,78	0,792	0,00100	0,422	1,88	0,627	0,000250	0,354	1,77	0,365	0,000050	0,290	(1,26)
Christen 4	0,001	0,481	0,00005	0,290	1,66	0,464	0,00004	0,283	1,64	0,464	0,00002	0,259	1,79	0,422	0,000005	0,217	1,94	0,291	0,000001	0,178	(1,63)
	0,005	0,562	0,00025	0,359	1,57	0,531	0,00020	0,345	1,54	0,530	0,00010	0,316	1,68	0,450	0,000025	0,266	1,69	0,302	0,000005	0,217	(1,39)
	0,020	0,654	0,00100	0,421	1,55	0,646	0,00080	0,410	1,58	0,613	0,00040	0,376	1,64	0,470	0,000100	0,316	1,49	0,309	0,000020	0,259	(1,19)
	0,030	0,676	0,00150	0,443	1,53	0,660	0,00120	0,431	1,53	0,611	0,00060	0,395	1,55	0,476	0,000150	0,332	1,43	0,300	0,000030	0,271	(1,17)
Christen 5	0,001	0,433	0,00005	0,290	1,50	0,400	0,00004	0,283	1,41	0,372	0,00002	0,259	1,93	0,392	0,000005	0,217	1,81	0,360	0,000011	0,178	(2,02)
	0,005	0,526	0,00025	0,359	1,47	0,506	0,00020	0,345	1,47	0,507	0,00010	0,316	1,59	0,433	0,000025	0,266	1,63	0,297	0,000005	0,217	(1,38)
	0,015	0,607	0,00075	0,403	1,51	0,596	0,00060	0,395	1,51	0,598	0,00030	0,345	1,73	0,460	0,000075	0,305	1,51	0,300	0,000015	0,249	(1,20)
	0,025	0,658	0,00125	0,432	1,52	0,649	0,00100	0,421	1,54	0,610	0,00050	0,387	1,58	0,558	0,000125	0,325	1,72	0,313	0,000025	0,266	(1,18)
Christen 6	0,001	0,812	0,00005	0,290	2,80	0,721	0,00004	0,283	2,55	0,566	0,00002	0,259	2,19	0,895	0,000005	0,217	4,12	0,581	0,000001	0,178	(3,26)
	0,005	1,157	0,00025	0,359	3,22	1,158	0,00020	0,345	3,33	1,053	0,00010	0,316	3,34	0,985	0,000025	0,266	3,70	0,648	0,000005	0,217	(2,99)
	0,010	1,285	0,00050	0,387	3,32	1,274	0,00040	0,376	3,38	1,218	0,00020	0,345	3,53	0,988	0,000050	0,290	3,41	0,643	0,000010	0,237	(2,71)
	0,015	1,330	0,00075	0,403	3,30	1,319	0,00060	0,395	3,34	1,248	0,00030	0,363	3,43	1,000	0,000075	0,305	3,28	0,601	0,000015	0,249	(2,42)

Christen 7	0,001	0,413	0,00005	0,290	1,43	0,386	0,00004	0,283	1,36	0,499	0,00001	0,259	1,93	0,277	0,000005	0,288	0,949	—	—	—	—
	0,005	0,503	0,00025	0,359	1,42	0,503	0,00020	0,345	1,46	0,501	0,00010	0,316	1,59	0,340	0,000025	0,266	1,28	0,202	0,000005	0,217	(0,925)
	0,010	0,562	0,00050	0,386	1,45	0,554	0,00040	0,376	1,47	0,530	0,00020	0,345	1,54	0,398	0,000050	0,290	1,38	0,185	0,000010	0,237	(0,779)
	1,015	0,572	0,00075	0,403	1,42	0,585	0,00060	0,395	1,48	0,538	0,00030	0,365	1,47	0,405	0,000075	0,305	1,33	0,220	0,000015	0,249	(0,883)
Christen 8	0,001	0,366	0,00005	0,290	1,26	0,340	0,00004	0,283	1,20	0,259	0,00001	0,259	1,00	0,305	0,000005	0,288	1,06	0,215	0,000001	0,178	(1,21)
	0,005	0,443	0,00025	0,359	1,24	0,413	0,00020	0,345	1,20	0,381	0,00010	0,316	1,21	0,369	0,000025	0,266	1,39	0,396	0,000005	0,217	(1,82)
	0,010	0,481	0,00050	0,386	1,25	0,474	0,00040	0,376	1,26	0,445	0,00020	0,345	1,29	0,389	0,000050	0,290	1,34	0,395	0,000010	0,237	(1,67)
	0,015	0,493	0,00075	0,403	1,22	0,475	0,00060	0,395	1,20	0,462	0,00030	0,365	1,27	0,403	0,000075	0,305	1,32	0,391	0,000015	0,249	(1,57)
Bazin 51		b = 0,40				b = 0,29				b = 0,18				b = 0,07				b = 0,03			
	0,03	0,909	0,012	0,575	1,58	0,898	0,0087	0,552	1,63	0,880	0,0054	0,520	1,69	0,856	0,0021	0,462	1,85	0,827	0,0009	0,416	1,99
	0,14	1,170	0,056	0,697	1,68	1,159	0,0403	0,669	1,73	1,146	0,0252	0,630	1,82	0,996	0,0098	0,560	1,78	0,858	0,0052	0,518	1,66
	0,25	1,216	0,100	0,750	1,62	1,195	0,0726	0,720	1,66	1,157	0,0270	0,636	1,82	1,001	0,0175	0,602	1,66	0,875	0,0075	0,542	1,66
Bazin 51	0,03	1,393	0,012	0,575	2,42	1,376	0,0087	0,552	2,49	1,372	0,0054	0,520	2,64	1,345	0,0021	0,462	2,91	1,210	0,0009	0,416	2,90
	0,14	1,720	0,056	0,697	2,47	1,711	0,0403	0,669	2,56	1,702	0,0252	0,630	2,70	1,475	0,0098	0,560	2,66	1,335	0,0052	0,518	2,58
	0,25	1,826	0,100	0,750	2,44	1,801	0,0726	0,720	2,50	1,767	0,0270	0,636	2,78	1,501	0,0175	0,602	2,49	1,382	0,0075	0,542	2,59
Bazin 51	0,03	1,486	0,012	0,575	2,58	1,489	0,0087	0,552	2,69	1,480	0,0054	0,520	2,84	1,450	0,0021	0,462	3,13	1,363	0,0009	0,416	3,27
	0,14	1,461	0,056	0,697	2,67	1,868	0,0403	0,669	2,79	1,852	0,0252	0,630	2,93	1,599	0 0098	0,560	2,85	1,429	0,0052	0,518	2,75
	0,25	1,961	0,100	0,750	2,62	1,962	0,0726	0,720	2,75	1,889	0,0270	0,636	2,97	1,608	0,0175	0,602	2,67	1,455	0,0075	0,542	2,68
Bazin 52		b = 0,240				b = 0,174				b = 0,108				b = 0,042				b = 0,018			
	0,018	0,800	0,00432	0,506	1,58	0,779	0,00313	0,486	1,65	0,769	0,00194	0,4576	1,68	0,699	0,000753	0,406	1,72	0,632	0,000324	0,3662	1,73
	0,084	0,999	0,02030	0,615	1,63	0,996	0,01462	0,588	1,69	0,993	0,00908	0,5552	1,79	0,865	0,00325	0,473	1,83	0,703	0,001512	0.4437	1,59
	0,150	1,101	0,0360	0,660	1,67	1,083	0,02610	0,634	1,71	1,037	0,0162	0,5972	1,74	0,857	0,00630	0,530	1.62	0,707	0,002700	0,4768	1,48
Bazin 52	0,018	1,189	0,00432	0,506	2,35	1,185	0,00313	0,486	2,43	1,164	0,00194	0,4576	2,54	1,078	0,000753	0,406	2,65	1,013	0,000324	0,3662	2,76
	0,084	1,502	0,02030	0,615	2,44	1,503	0,01462	0,588	2,55	1,492	0,00908	0,5552	2,68	1,287	0,00325	0,473	2,74	1,128	0,001512	0,4437	2,54
	0,150	1,633	0,0360	0,660	2,48	1,622	0,02610	0,634	2,55	1,542	0,0162	0,5972	2,58	1,324	0,00630	0,530	2,50	1,142	0,002700	0,4768	2,39
Bazin 52	0,018	1,457	0,00432	0,506	2,88	1,446	0,00313	0,486	2,97	1,427	0,00194	0,4576	3,13	1,345	0,000753	0,406	3,30	1,239	0,000324	0,3662	3,38
	0,084	1,846	0,02030	0,615	3,00	1,827	0,01462	0,588	3,11	1,815	0,00908	0,5552	3,27	1,526	0,00325	0,473	3,22	1,334	0,001512	0,4437	3,00
	0,150	1,967	0,0360	0,660	2,98	1,957	0,02610	0,634	3,08	1,865	0,0162	0,5972	3,12	1,581	0,00630	0,530	2,98	1,360	0,002700	0,4768	2,85

Versuch Nr.	h	b = 0,0100				b = 0,0055				b = 0,002			
		u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$	u	bh	$\sqrt[8]{bh}$	$\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$
Christen 14	0,002	0,561	0,00002	0,259	2,16	0,563	0,000011	0,240	2,35	0,502	0,000004	0,211	2,36
	0,010	0,697	0,00010	0,316	2,20	0,651	0,000055	0,293	2,22	0,582	0,000020	0,259	2,25
	0,025	0,717	0,00025	0,355	2,02	0,662	0,0001375	0,329	2,01	0,600	0,000050	0,290	2,07
Christen 15	0,002	0,238	0,00002	0,259	0,92	0,250	0,000011	0,240	1,04	0,179	0,000004	0,211	0,85
	0,010	0,318	0,00010	0,316	1,01	0,293	0,000055	0,293	1,00	0,247	0,000020	0,259	0,95
	0,025	0,376	0,00025	0,355	1,06	0,319	0,0001375	0,329	0,97	0,250	0,000050	0,290	0,86
Christen 16	0,002	0,496	0,00002	0,259	1,91	—	0,000011	0,240	—	—	0,000004	0,211	—
	0,010	0,577	0,00010	0,316	1,83	—	0,000055	0,293	—	—	0,000020	0,259	—
	0,025	0,601	0,00025	0,355	1,69	—	0,0001375	0,329	—	—	0,000050	0,290	—

Diesen Tabellen entnehmen wir, dass in den meisten Fällen die Geschwindigkeitskurven in den Achsen-Ebenen ziemlich genaue Parabeln der 8. Ordnung sind, dass dagegen die übrigen sich deutlich davon entfernen. In der grossen Mehrzahl der Fälle sind die Geschwindigkeiten in den Winkeln des Rechtecks wesentlich grösser, als es der Fall wäre, wenn die Geschwindigkeitskurve auch hier eine solche Parabel sein würde.

Schon das Verhältnis der maximalen zur mittleren Geschwindigkeit zeigt deutlich, dass das Parabelgesetz in der Einfachheit wie in der kreisförmigen Röhre nicht mehr gilt. Wären alle Kurven in den parallel den Wandungen liegenden Ebenen Parabeln des 8. Grades, so hiesse die Oberflächen-Gleichung eines solchen Geschwindigkeitsparaboloids $u = k_0 \sqrt[8]{bh}$, wo k_0 eine Konstante bedeutet. Die mittlere Geschwindigkeit wäre dann

$$v = \frac{Q}{4\,B\,H} = \frac{1}{4\,B\,H} \int_0^B \int_0^H 4 . k_0 \sqrt[8]{bh} \, . \, db \, . \, dh$$

$$= \frac{64\,k_0}{81\,H\,B} . (BH)^{\frac{9}{8}} = \frac{64\,k_0}{81} (BH)^{\frac{1}{8}} = 0{,}7901\; k_0 \sqrt[8]{BH}$$

und die maximale Geschwindigkeit $c = k_0 \sqrt[8]{BH}$, also das Verhältnis $\frac{v}{c} = 0{,}7901$, während in unsern Versuchen dieses Verhältnis wie in nachstehender Zusammenstellung lautet:

Versuch	$\frac{v}{c}$	Versuch	$\frac{v}{c}$
Christen Nr. 1	0,758	Christen Nr. 15	0,764
„ „ 2	0,831	„ „ 16	0,631
„ „ 3	0,915	Bazin Nr. 51_1	0,847
„ „ 4	0,856	„ „ 51_2	0,846
„ „ 5	0,859	„ „ 51_3	0,859
„ „ 6	0,786	„ „ 52_1	0,812
„ „ 7	0,752	„ „ 52_2	0,812
„ „ 8	0,765	„ „ 52_3	0,823
„ „ 14	0,716		

Versuche mit weiten, dabei sehr langen und genau gearbeiteten, durch das Wasser sich nicht verändernden Gerinnen würden das Gesetz, womit $\frac{v}{c}$ in rechtwinkligen Röhren variiert, sehr wahrscheinlich klar legen. Wahrscheinlich hängt dieser Quotient von der absoluten Grösse der kleineren Dimension des Querschnittes ab, ist also nicht konstant.

Wir hätten sonach nur eine Formel gefunden für die Einzelgeschwindigkeiten der Achsen-Ebenen und es muss diese die Form haben $u = k_0 \sqrt[8]{bh}$, wo k_0 ein von der Grösse, Form, Rauhigkeit und Neigung des betreffenden Rohrs abhängiger Faktor ist.

Versuchen wir auch hier diese Abhängigkeit festzustellen, indem wir die in den Achsen-Ebenen gefundenen Quotienten $\frac{u}{\sqrt[8]{bh}}$ mit den übrigen Faktoren in Beziehung bringen.

Autor	Nr.	Mittleres k_0 aus den Versuchen	H	I	HI	$\sqrt{HI}$	$\frac{k_0}{\sqrt{HI}}$	Mittl. $\frac{k_0}{\sqrt{HI}}$ für gleiche Breite	B	$\sqrt[4]{B}$	$\frac{k_0 . \sqrt[4]{B}}{\sqrt{HI}}$
Christen	1	3,92	0,0505	0,0177	0,000896	0,02996	130,5				
„	2	2,79	0,0506	0,0095	0,0004793	0,02189	127,6				
„	3	1,79	0,0505	0,0047	0,0002371	0,01539	116,3				
„	4	1,55	0,0300	0,0046	0,000138	0,01175	131,8				
„	5	1,55	0,0250	0,0050	0,000125	0,01118	138,6	135,86	0,050	0,472	64,20
„	6	3,24	0,0163	0,0272	0,0004436	0,02106	153,9				
„	7	1,43	0,0162	0,0060	0,0000972	0,00986	145,1				
„	8	1,25	0,0162	0,0047	0,0000762	0,00873	143,1				
„	14	2,09	0,0100	0,0174	0,000174	0,01318	158,6				
„	15	0,96	0,0100	0,0060	0,000060	0,007742	(124,0)	161,20	0,025	0,397	64,00
„	16	1,81	0,0100	0,0122	0,000122	0,01105	163,8				
Bazin	51_1	1,67	0,2500	0,001899	0,0004748	0,02177	76,70				
„	51_2	2,53	0,2500	0,004272	1,001068	0,03265	77,50	76,80	0,40	0,795	61,02
„	51_3	2,71	0,2500	0,005063	0,001266	0,03556	76,20				
„	52_1	1,63	0,15	0,002733	0,0004100	0,02023	80,05				
„	52_2	2,47	0,15	0,006267	0,0009400	0,03068	80,05	80,7	0,24	0,700	56,49
„	53_3	2,98	0,15	0,008800	0,001320	0,03631	82,01				

Wie ersichtlich, ergibt der Ausdruck $\frac{k_0}{\sqrt{HI}} \sqrt[4]{B}$ oder $\frac{u \cdot \sqrt[4]{B}}{\sqrt[8]{bh} \cdot \sqrt{HI}}$ ein befriedigend konstantes Resultat. Die grösste Abweichung liegt zwischen den Reihen vôn Bazin Nr. 51 und 52, wenn man von der offenbar mit Fehlern behafteten Messung Nr. 15 absieht. Diese erstere Differenz erklärt sich aber zur Genüge aus der verschiedenen Rauheit beider Gerinne. (S. Abschnitt III, § 15, „Die Resultate".)

Gewiss wird sonach wenigstens annäherungsweise für die Geschwindigkeiten in den Achsen-Ebenen die Relation zu Recht bestehen:

$$u = \frac{m'}{\sqrt[4]{B}} \sqrt{HI} \sqrt[8]{bh}.$$

§ 29. Was bedeutet nun diese Konstante m'?

In Abschnitt III S. 49 finden wir die Formel: $v = \sqrt{2k^3}\sqrt{HI} = m\sqrt{HI}$.

Berechnen wir nun aus der in diesem Abschnitt befindlichen Übersichtstabelle sämtlicher Versuche in rechtwinkligen Röhren diese Grösse $m = \sqrt{2k^3}$ und stellen diese Resultate zusammen mit obigen m' der Achsen-Ebenen.

Versuch		k	m'	$\sqrt{2k^3}$	$\frac{\sqrt{2k^3}}{m'}$
Christen	Nr. 1—8	13,38	64,20	69,20	—
„	„ 14—16	11,74	64,00	56,80	0,889
Bazin	„ 51	11,21	61,02	53,00	0,868
„	„ 52	11,06	56,40	52,00	0,922

Nach den Resultaten der letzten 3 Versuchsgruppen zu urteilen, ist nun dieses $m' = \frac{\sqrt{2k^3}}{0,893} = \frac{m}{0,893} = 1,120\, m.$

Die endgültige Formel für die Geschwindigkeit in den durch die Hauptachsen gehenden Ebenen hiesse demnach:

$$u = 1,120 \frac{m}{\sqrt[4]{B}} \sqrt{HI} \sqrt[8]{bh}.$$

Die maximale Geschwindigkeit wäre

$$c = 1,120\, m \sqrt{HI} \cdot \sqrt[8]{\frac{H}{B}}$$

und da

$$v = m \sqrt{HI} \cdot \sqrt[4]{B}.$$

so ist das Verhältnis

$$\frac{v}{c} = \frac{\sqrt[4]{B}}{1,120 \sqrt[8]{H}} = 0,893 \sqrt[8]{\frac{B^2}{H}}.$$

Dieses Verhältnis ist also nicht konstant, sondern wächst mit der 4. Wurzel aus der grösseren Dimension des Rechtecks und nimmt ab mit der Zunahme der 8. Wurzel aus der kleineren Dimension.

Wir sehen, diese letztere Formel führt für den Fall, dass

$$\sqrt[8]{\frac{B^2}{H}} > 1{,}120$$

ad absurdum.

Es ist also unmöglich, dass diese Formel $u = 1{,}120\, m \sqrt{HI} \cdot \sqrt[8]{\frac{H}{B}}$ der wahre mathematische Ausdruck für die gesuchte Geschwindigkeit sei und es kann dieselbe nur als eine Näherungsformel, innert ziemlich weiten Grenzen gültig für die von Bazin und mir in Betracht gezogenen Gerinne, gelten.

Dass diese Formel vielleicht nicht so einfach ist, darf uns, wenn wir uns den analogen Fall bei der geradläufigen Bewegung ansehen, keineswegs verwundern.

4. Die Einzelgeschwindigkeiten in den übrigen geschlossenen Profilen.

§ 30. Für diese fehlen veröffentlichte Versuche meines Wissens dermalen vollständig, und es wäre für Praxis und Theorie jedenfalls von grösstem Vorteil, wenn auch in elliptischen, eiförmigen und anderen Profilen bezügliche Messungen vorgenommen würden. Ohne Zweifel würde sich auch hier eine Annäherung der Geschwindigkeitskurven an die Parabel 8. Ordnung ergeben.

5. Die Einzelgeschwindigkeiten im beliebigen offenen Kanale.

§ 31. Unsere gegenwärtige Kenntnis der Geschwindigkeitskurve (Scala di velocità) ist, wie wir bereits in § 8 gesehen haben, eine sehr mangelhafte. Als Tatsache ist bekannt, dass in den meisten Vertikalkurven die grösste Geschwindigkeit etwas unter dem Wasserspiegel herrscht und dass diese Tiefe der grössten Geschwindigkeit mit der Annäherung an die Wandungen zunimmt. Es hängt dies vielleicht zusammen mit der Verschiedenheit der Molekularkräfte an der Oberfläche und im Innern der Flüssigkeiten, wahrscheinlicher aber mit dem Bestreben der den Isotachen parallelen Wirbelringe, sich der Kreisform zu nähern, d. h. ihre Krümmungsradien auszugleichen. Von diesem Punkte grösster Geschwindigkeit an nimmt die Translation nach Gesetzen, die zur Zeit noch nicht bekannt sind, gegen die Sohle hin ab.

Bevor ich nun an die Untersuchung des Verhaltens der Bazin'schen Versuche an nicht halbkreisförmigen Kanälen zu meinem Parabelgesetz ging,

wollte ich mir ein genaues Bild derjenigen Faktoren verschaffen, von denen das Verhältnis $\frac{v}{c}$ abhängt.

Wir wir nämlich an den kreisförmigen Röhren gesehen haben, ist dort dieses Verhältnis für alle Durchmesser, Gefälle und Rauhigkeitsgrade ein konstantes. Bazin hatte aber die Beziehung $c - v = 14\sqrt{RI}$ aufgestellt und unter Zuhilfenahme seiner Formel für die mittlere Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{RI}{A}}$ erhalten: $\frac{c}{v} = 1 + 14\sqrt{A}$, wo A der bekannte, die Rauheit charakterisierende Ausdruck $\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{R}}$ bedeutet.

Die erstere Beziehung für $c - v$ fand er als Mittelwert von 61 sorgfältig ausgewählten Reihen.

Nach diesem Ausdruck wäre also $\frac{v}{c}$ abhängig von der Rauheit und dem hydraulischen Radius.

Bazin hatte bei einer grossen Zahl von Versuchen sich darauf beschränkt, die mittlere Geschwindigkeit und die maximale Oberflächengeschwindigkeit, letztere mittelst Schwimmern, zu messen. Auch diese wurden bei der Aufstellung jener Tafel der 61 Versuche mitbenutzt, obwohl er sich an anderer Stelle nicht verhehlte, dass diese Angaben bei den höheren Wasserständen zu niedrig seien, weil die wahre maximale Geschwindigkeit dann wesentlich unter dem Wasserspiegel liege. Bei zahlreichen anderen Versuchen dagegen wurden auch die Einzelgeschwindigkeiten vollständig aufgenommen.

Verfasser stellte nun die Resultate nur der letzteren Kategorie, als der in dieser Beziehung einzig ganz zuverlässigen, zusammen und untersuchte zuerst:

1. Die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{v}{c}$ zur Wassertiefe.

Dieser Quotient zeigte bei steigendem Wasserstande:

Eine deutliche Zunahme: Nirgends.
„ sehr schwache „ : Bei den Reihen Nr. 58, 59, 60, 61, 63.
„ deutliche Abnahme: „ „ „ Nr. 64 und 67.

Die Reihen Nr. 61 und 63 sind rauhe, die übrigen glatte Kanäle. Die Reihen Nr. 62 und 65 (Wände mit Querlatten) hatte ich mir nicht notiert.

Wir sehen, dass mit zunehmender Wassertiefe in demselben Gerinne bald eine Zunahme, bald eine Abnahme des Verhältnisses $\frac{v}{c}$ erfolgt, ohne dass diese Erscheinung anderen als zufälligen kleinen Unregelmässigkeiten der Wandungen und der Messapparate zugeschrieben werden könnte. Wir

ıd daher zu der Annahme berechtigt: das Verhältnis $\frac{v}{c}$ bleibt für ein d denselben Kanal bei wechselndem Wasserstande konstant.

Berücksichtigen wir nun auch die Aufnahmen der Oberflächengeschwin- ȝkeiten mittelst Schwimmern. Da haben wir für das Verhältnis von $\frac{v}{v_0}$:

Deutliche Zunahme bei den Reihen	7, 9, 12, 15, 18, 19, 20, 30, 31, 28, 29.
Schwache " " " "	4, 5, 6, 10, 14.
Abnahme " " "	8, 11, 17.
Gleichbleiben " " "	2, 3, 13 und 32.

Die Reihen Nr. 4, 5, 12, 13, 14, 15, 17, 30, 31 betreffen rauhe, die rigen glatte Gerinne. Reihe 16 hatte ich nicht notiert.

Wir konstatieren also in den meisten Fällen eine Zunahme des Ver- ltnisses $\frac{v}{v_0}$ mit der Wassertiefe und damit, nach Bazin, ein Sinken des tes der maximalen Geschwindigkeit.

2. Die Abhängigkeit von $\frac{v}{c}$ von der Breite.

Um diese zu prüfen, haben wir nur zwei ganz zuverlässige Reihen zum rgleiche: die Reihen 54 und 59, beide mit einem Gefälle von 5,9‰, das tere Gerinne 0,48 m, das zweite 1,987 m breit. Ersteres besitzt ein $\frac{c}{v}$ 1,229, letzteres von 1,201. Trotzdem die Breite also um ca. 400% variiert, dert das Verhältnis $\frac{c}{v}$ nur um ca. 3%, so dass wir, auch abgesehen von deren Beweisen an weniger zuverlässigen Gerinnen, wie z. B. Nr. 7 d 18, sagen können: die Breite übt ebenfalls keinen Einfluss aus auf den ıotienten $\frac{v}{c}$.

3. Die Variation von $\frac{v}{c}$ mit I.

Auch hier wollen wir die Schwimmerbeobachtungen, weil sie allzusehr n der Wassertiefe abhängen, bei Seite lassen.

Die Reihen Nr. 58, 59 und 60 wurden alle drei an einem 1,982—1,987 m eiten Kanale ausgeführt mit den 3 Gefällen: 1,5‰; 5,9‰ und 8,4—8,9‰.

In Versuchsreihe Nr. 58 wurde als Mittelwert für $\frac{c}{v}$ gefunden: 1,21
" " " 59 " " " " " " 1,20
" " " 60 " " " " " " 1,19.

Die Differenz von 1,21 bis 1,19 ist so gering gegenüber derjenigen der Gefälle, dass sie füglich den unvermeidlichen Zufälligkeiten zuzuschreiben ist und dass wir sagen können: das Verhältnis $\frac{v}{c}$ ist unabhängig von I.

4. Die Variation mit dem Rauhigkeitsgrade.

An den Reihen Nr. 55—57 sehen wir deutlich, dass je grösser die Rauhigkeit, desto kleiner der Wert $\frac{v}{c}$, desto tiefer auch der Ort der maximalen Geschwindigkeit unter dem Wasserspiegel.

Bei den Versuchsreihen Nr. 61, 63, 66, an rauhen Kanälen, beobachten wir, dass mit zunehmender Tiefe das Verhältnis $\frac{v}{c}$ etwas sinkt, bei Reihe 64 dagegen etwas zunimmt, aber beides in so geringem Masse, dass auch diese Variation nur Zufälligkeiten zugeschrieben werden muss.

Dagegen können wir nun den Satz aufstellen:

Das Verhältnis $\frac{v}{c}$ ist, entgegen dem Verhalten in kreisförmigen Röhren, in hohem Masse abhängig vom Rauhigkeitsgrade der Wandung und zwar in umgekehrtem Sinne dieser Rauhigkeit.

Alle diese Sätze lassen sich nun in den einzigen zusammenfassen: Im rechtwinkligen Kanal ist das Verhältnis $\frac{v}{c}$ einzig abhängig von der Rauheit der Wandung.

5. Die Änderung nach der Profilform.

Für die übrigen Profile stehen nicht genug Versuche zur Verfügung, um sie in gleicher Weise zu untersuchen, wie das rechtwinklige. Ich musste mich daher mit der folgenden Methode begnügen:

Ich stellte sämtliche Einzelgeschwindigkeitsmessungen Bazin's zu einer übersichtlichen Tafel zusammen, die rauhen Gerinne neben die glatten, um durch direkten Vergleich zu finden, ob die Form des Profils auf die Verhältniszahl $\frac{v}{c}$ einen Einfluss ausübe.

Tafel der Quotienten $\frac{c}{v}$ für die nachstehenden 21 Bazin'schen Versuchsreihen.

	Cement			Bretter										Kies			Querlatten				Quadern
	Rechteck	Halbkreis	Halbkreis	Rechteck						Trapez		Dreieck	Halbkreis	Klein Recht-eck	Klein Halb-kreis	Grob Recht-eck	Eng		Weit		Steil-trapez
	55	71	72	58	59	60	53	67	54	68	69	70	73	56	74	57	61	63	64	66	75
		1,220	1,183	1,213	1,200	1,170	1,245	1,293	1,229	1,204	1,224	1,260	1,230	1,362	1,293	1,401	1,231	1,263	1,378	1,301	1,206
	1,229	1,205	1,191	1,197	1,202	1,214		1,260		1,175	1,246	1,249	1,231		1,227		1,270	1,268	1,322	1,379	1,253
		1,170	1,123	1,243	1,191	1,170		1,214		1,196	1,246	1,257	1,203		1,227		1,306	1,275			1,223
		1,145	1,191		1,236	1,195				1,212		1,229	1,181								
												1,222									
Mittel:	1,229	1,285	1,172	1,218	1,207	1,187	1,245	1,255	1,229	1,197	1,272	1,243	1,211	1,362	1,249	1,401	1,271	1,268	1,350	1,340	1,227

Eine Vergleichung obiger Durchschnittsgrössen (Mittelwerte) belehrt uns, dass ein Einfluss der Profilform auf den Wert $\frac{v}{c}$, mit einer einzigen Ausnahme, ebenfalls nicht zu erkennen ist. Für Bretter wenigstens zeichnen sich die an den Reihen 73 und 70 gefundenen Werte in keiner Weise von den an den rechtwinkligen Gerinnen gefundenen aus, ebensowenig differieren die Werte für Cement, Reihen Nr. 55 und 71; ein solcher Einfluss des Profils macht sich einzig für die höheren Rauhigkeitsgrade (Reihe 56 und 74) bemerkbar. Ob aber wirklich ein solcher allgemein stattfindet und von welchen Dimensionen des Querschnittes derselbe abhängt, kann aus diesen zwei einzigen Beispielen nicht gefolgert werden.

Dagegen suchte ich nun nach der Form der unzweifelhaft bestehenden Beziehung des Verhältnisses $\frac{v}{c}$ zu dem Rauhigkeitsgrade, ausgedrückt durch den Geschwindigkeitskoeffizienten k, und fand einen solchen, höchst einfachen Ausdruck, der für alle rechtwinkligen Kanäle genau, für die übrigen Profilformen wenigstens annähernd gilt.

Dies geschah nach folgender Tabelle:

Material	$\frac{c}{v}$ (Mittel)	$\frac{v}{c}$	k	$\sqrt[4]{k}$	$\frac{v}{c \cdot \sqrt[4]{k}}$
Cement	1,212	0,825	13,7	1,924	0,4290
Bretter	1,226	0,815	11,7	1,850	0,4410
Quadern	1,227	0,815	11,6	1,844	0,4425
Kleinkies	1,305	0,766	9,7	1,765	0,4346
Grobkies	1,401	0,714	7,6	1,660	0,4300
Querlatten, eng	1,269	0,787	9,7	1,765	0,4460
„ weit	1,345	0,743	7,5	1,653	0,4518

Der Quotient $\frac{v}{c\sqrt[4]{k}}$ ist also konstant, nur um 5 % variierend.

Setzen wir ihn gleich n, so haben wir

$$\frac{v}{c} = n\sqrt[4]{k},$$

wo n im Mittel der 5 ersteren, in der Praxis vorkommenden Kategorien gleich ist 0,4354.

Ersetzen wir k durch $\sqrt[3]{\frac{m^2}{2}}$, so wird $\frac{v}{c} = \frac{n}{\sqrt[12]{2}}\sqrt[6]{m} = \frac{0,4354}{1,060}\sqrt[6]{m}$

$= 0,4107\sqrt[6]{m}$.

Weitere Versuche, ebenso sorgfältig an ebenso langen, halbkreis-
-Kanälen wie die Bazin'schen angestellt, würden die Frage, ob bei

	Gewässer	Jahr	B	τ	Q	I	n	v_m	QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	k	$\frac{v}{c}$ berechnet	$\frac{v}{c}$ gemessen
1.	Medelser Rhein, St. Gion .	1901	1,675	0,238	0,289	0,000475	0,020801	0,362	0,0001374	0,0514	1,138	8,02	0,734	0,601
2.	Bach der Val Plattas, Curaglia	1901	0,95	0,184	0,116	0,006816	0,05778	0,331	0,000791	0,0925	0,987	3,53	0,597	0,469
3.	Vorderrhein, Tavanasa . .	1898	9,75	0,290	3,984	0,000850	0,04054	0,413	0,003387	0,1502	1,767	4,86	0,643	0,528
4.	Vorderrhein, Ilanz . . .	1898	11,50	0,192	5,670	0,002950	0,03958	0,805	0,01673	0,2553	1,842	5,81	0,677	0,605
5.	Glenner, Ilanz.	1899	10,75	0,235	3,740	0,004910	0,03147	0,742	0,01835	0,2630	1,811	5,11	0,655	0,621
6.	Sägekanal, Reichenau . .	1897	2,44	0,782	1,282	0,000150	0,02612	0,336	0,0001923	0,0576	1,250	7,30	0,716	0,787
7.	Vorderrhein, Reichenau .	1901	11,40	0,596	9,426	0,003077	0,051869	0,693	0,0290	0,3070	1,836	4,14	0,621	0,685
8.	Bach des Schleuiser Tobels bei Schleuis	1901	0,875	0,184	0,085	0,017813	0,10277	0,263	0,001514	0,1147	0,967	2,21	0,531	0,415

Die Messungen geschahen durch das schweiz. Hydrometr. Bureau. Weiteres Material zum Vergleiche s. unter § 20.

rauhen Kanälen das Verhältnis $\frac{v}{c}$ wirklich von der Profilform abhange, endgültig entscheiden; in glatten Kanälen muss sie entschieden verneint werden. In geschiebeführenden Flüssen darf für das Verhältnis $\frac{v}{c}$, nach obiger Formel berechnet, keine grosse Genauigkeit verlangt werden, da hier die maximale Geschwindigkeit c allzusehr von Zufälligkeiten im Flussbett abhängt.

Immerhin zeigt die vorstehende Zusammenstellung ein bemerkenswertes, ziemlich paralleles Steigen und Fallen der beiden, einmal aus den Messungen, das andere Mal aus der Formel $\frac{v}{c} = 0,435 \sqrt[4]{k}$ berechneten Verhältnisse.

§ 32. Nach dieser einleitenden Untersuchung des Verhältnisses $\frac{v}{c}$ folgt nun eine Tabelle, welche sowohl die Vertikalkurven des Stromstriches, wie auch die Horizontalkurven des Wasserspiegels einiger Bazin'scher Gerinne von verschiedener Breite enthält und sie in Vergleichung stellt mit meinem Parabelgesetz, sowie auch mit der Bazin'schen Vertikal-Parabel. Wie im Bazin'schen Werke, ist auch hier (mit Ausnahme von Reihe 58_2) statt u die Verhältniszahl $\frac{u}{v}$ angegeben. In den meisten Versuchsreihen wurden nur die niedersten Wasserstände zum Vergleiche benutzt, weil mein Parabelgesetz auch nur da Anspruch auf Gültigkeit macht. Einzig in Reihe 67 wurden auch die höheren Wasserstände berücksichtigt.

Nr.	Gerinne	$\frac{H}{B}$	Vertikalkurve des Stromstrichs									Horizontalkurve des Wasserspiegels			
			Nach Bazin					Nach Christen							
			t	t^2	u'	c'−u'	$\frac{c'-u'}{t^2}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u'	$\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u'	$\frac{u'}{\sqrt[8]{b}}$
	1. Glatte Gerinne.														
60_1	Rechteck, Bretter.	0,18	0,030	0,0009	1,170	0	—	0,150	0,788	1,170	1,48	0,991	0,998	1,170	1,17
	$V_m = 2,297$;	0,18	0,090	0,0081	1,111	0,059	7,29	0,090	0,740	1,111	1,50	0,791	0,970	1,177	1,21
	$H = 0,180$.	0,18	0,140	0,0196	0,973	0,197	10,05	0,040	0,668	0,973	1,46	0,391	0,889	1,165	1,31
	$I = 8,39$ ‰.											0,091	0,741	0,739	1,26
												0,024	0,628	0,790	1,26
59_3	Rechteck, Bretter.	0,20	0,031	0,00096	1,191	0	—	0,170	0,801	1,191	1,49	0,993	0,999	1,191	1,192
	$V_m = 2,051$;	0,20	0,111	0,01232	1,099	0,092	7,48	0,090	0,722	1,099	1,52	0,793	0,972	1,187	1,221
	$H = 0,201$.	0,20	0,171	0,02924	0,932	0,259	8,90	0,030	0,644	0,932	1,45	0,393	0,890	1,160	1,303
	$I = 5,9$ ‰.											0,093	0,743	0,966	1,300
												0,017	0,601	0,839	1,396

Nr.	Gerinne	$\frac{H}{B}$	Vertikalkurve des Stromstrichs									Horizontalkurve des Wasserspiegels			
			Nach Bazin					Nach Christen							
			t	t^2	u′	c′−u′	$\frac{c'-u'}{t^2}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u′	$\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u′	$\frac{u'}{\sqrt[8]{b}}$
58_2	Rechteck, Bretter.	0,22	0,035	0,00122	1,155	0	—	0,180	0,807	1,155	1,431	0,986	0,998	1,155	1,157
	$V_m = 0,953$.		0,135	0,01822	1,010	0,145	7,958	0,080	0,730	1,010	1,384	0,786	0,980	1,155	1,178
	$H = 0,215$.		0,185	0,03422	0,852	0,303	8,854	0,030	0,645	0,852	1,321	0,586	0,935	1,129	1,207
	$I = 1,5$ ‰.											0,386	0,888	1,094	1,232
												0,186	0,811	1,046	1,289
												0,086	0,736	0,908	1,234
												0,022	0,621	0,779	1,254
59_4	Rechteck, Bretter.	0,27	0,035	0,00122	1,236	0	—	0,230	0,833	1,236	1,484	0,993	0,999	1,236	1,237
	$V_m = 2,318$.		0,135	0,01822	1,143	0,093	5,103	0,130	0,774	1,143	1,477	0,793	0,972	1,224	1,259
	$H = 0,265$.		0,185	0,03422	1,060	0,176	5,143	0,080	0,730	1,060	1,452	0,393	0,890	1,122	1,261
	$I = 5,9$ ‰.		0,235	0,05522	0,940	0,296	5,360	0,030	0,645	0,940	1,457	0,093	0,743	0,974	1,311
												0,017	0,601	0,849	1,412
67_1	Rechteck, Bretter.	0,28	0,030	0,0009	1,293	0	—	0,080	0,730	1,293	1,771	0,400	0,892	1,293	1,450
	$V_m = 1,084$.		0,060	0,0036	1,141	0,152	4,222	0,050	0,688	1,141	1,658	0,290	0,856	1,279	1,494
	$H = 0,110$.		0,080	0,0064	1,074	0,219	3,416	0,030	0,645	1,074	1,664	0,180	0,807	1,233	1,528
	$I = 4,3$ ‰.											0,070	0,718	1,042	1,451
												0,030	0,645	0,909	1,409
55_2	Rechteck, Cement.	0,30	0,030	0,0009	1,201	0	—	0,239	0,836	1,201	1,437	0,906	0,988	1,201	1,215
	$V_m = 2,509$.		0,107	0,0114	1,151	0,050	4,387	0,162	0,796	1,151	1,445	0,606	0,939	1,205	1,283
	$H = 0,269$.		0,163	0,0266	1,087	0,114	4,284	0,106	0,756	1,087	1,438	0,306	0,863	1,083	1,255
	$I = 4,9$ ‰.		0,219	0,0480	0,992	0,209	4,354	0,050	0,688	0,992	1,442	0,086	0,736	0,931	1,265
												0,046	0,681	0,947	1,391
58_3	Rechteck, Bretter.	0,34	0,032	0,00102	1,197	0	—	0,300	0,860	1,197	1,392	0,986	0,998	1,197	1,199
	$V_m = 1,248$.		0,132	0,0174	1,127	0,070	4,023	0,200	0,818	1,127	1,378	0,786	0,971	1,183	1,218
	$H = 0,332$.		0,232	0,0538	1,034	0,163	3,029	0,100	0,750	1,034	1,392	0,386	0,888	1,093	1,231
	$I = 1,5$ ‰.		0,302	0,0912	0,877	0,320	3,509	0,030	0,645	0,877	1,360	0,086	0,736	0,905	1,230
												0,022	0,621	0,789	1,271
53	Rechteck, Bretter.	0,614	0,03	0,0009	1,245	0	—	0,216	0,826	1,245	1,51	0,400	0,892	1,245	1,40
	$V_m = 1,530$.		0,11	0,0121	1,180	0,065	0,54	0,136	0,779	1,180	1,51	0,290	0,856	1,183	1,38
	$H = 0,246$.		0,17	0,0290	1,072	0,173	0,60	0,076	0,724	1,072	1,48	0,180	0,807	1,096	1,36
	$I = 4,3$ ‰.		0,22	0,0485	0,911	0,334	0,67	0,026	0,634	0,911	1,44	0,070	0,718	0,929	1,29
												0,030	0 645	0,802	1,24
54	Rechteck, Bretter.	0,624	0,020	0,0004	1,229	0	—	0,131	0,775	1,229	1,59	0,240	0,836	1,229	1,47
	$V_m = 1,319$.		0,066	0,0043	1,192	0,037	8,60	0,085	0,735	1,192	1,62	0,174	0,803	1,167	1,45
	$H = 0,151$.		0,132	0,0174	0,882	0,347	19,93	0,019	0,609	0,882	1,45	0,108	0,757	1,077	1,42
	$I = 6,0$ ‰.											0,042	0,672	0,944	1,41
												0,018	0,605	0,773	1,28
67_2	Rechteck, Bretter.	0,96	0,030	0,0009	1,260	0	—	0,354	0,882	1,260	1,428	0,40	0,892	1,260	1,413
	$V_m = 1,689$.		0,144	0,0207	1,227	0,033	1,549	0,240	0,837	1,227	1,466	0,29	0,856	1,187	1,387
	$H = 0,384$.		0,254	0,0645	1,084	0,176	2,729	0,130	0,774	1,084	1,401	0,18	0,807	1,087	1,347
	$I = 4,3$ ‰.		0,354	0,1253	0,825	0,435	3,472	0,030	0,645	0,825	1,279	0,07	0,718	0,905	1,260
												0,03	0,645	0,771	1,195

Nr.	Gerinne	$\frac{H}{B}$	Vertikalkurve des Stromstrichs									Horizontalkurve des Wasserspiegels			
			Nach Bazin					Nach Christen							
			t	t^2	u'	c'−u'	$\frac{c'-u'}{t^2}$	h	$\sqrt[8]{h}$	u'	$\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u'	$\frac{u'}{\sqrt[8]{b}}$
67_3	Rechteck, Bretter.	1,21	0,030	0,0009	1,202	0	—	0,456	0,907	1,202	1,462	0,40	0,892	1,202	1,347
	$V_m = 1,860$.		0,156	0,0243	1,214	−0,012	—	0,330	0,871	1,214	1,394	0,29	0,856	1,155	1,349
	H = 0,486.		0,256	0,0655	1,137	0,065	1,301	0,230	0,833	1,137	1,365	0,18	0,807	1,075	1,332
	I = 4,3 ‰.		0,356	0,1267	1,007	0,195	1,539	0,130	0,774	1,007	1,301	0,07	0,718	0,950	1,323
			0,456	0,2079	0,845	0,357	1,717	0,030	0,645	0,845	1,310	0,03	0,645	0,872	1,350
	2. Rauhe Gerinne.														
63_1	Rechteck, Querlatten, eng.	0,22	0,030	0,0009	1,268	0	—	0,188	0,811	1,268	1,56	0,976	0,996	1,268	1,27
	$V_m = 1,925$.		0,120	0,0144	1,137	0,131	9,09	0,098	0,748	1,137	1,52	0,576	0,933	1,240	1,33
	H = 0,218.		0,178	0,0318	0,981	0,287	9,02	0,040	0,668	0,981	1,47	0,376	0,785	1,169	1,49
	I = 8,86 ‰.											0,076	0,724	0,882	1,22
												0,032	0,650	0,770	1,19
61_1	Rechteck, Querlatten, eng.	0,16	0,030	0,130	1,231	0	0,130	0,130	0,774	1,231	1,59	0,980	0,996	1,231	1,24
	$V_m = 0,643$.		0,080	0,080	1,132	0,099	0,080	0,080	0,730	1,132	1,55	0,580	0,934	1,203	1,29
	H = 0,160.		0,120	0,040	1,067	0,164	0,040	0,040	0,672	1,067	1,59	0,180	0,882	1,056	1,20
	I = 1,5 ‰.											0,080	0,730	0,961	1,32
												0,036	0,660	0,784	1,19
61_2	Rechteck, Bretter mit Querlatten, eng gestellt.	0,25	0,041	0,00168	1,270	0	—	0,203	0,820	1,270	1,55	0,980	0,997	1,270	1,28
	$V_m = 0,854$.		0,131	0,01718	1,159	0,111	6,46	0,113	0,761	1,159	1,52	0,580	0,935	1,238	1,32
	H = 0,244.		0,204	0,0416	0,998	0,161	3,87	0,040	0,668	0,998	1,49	0,180	0,807	0,968	1,20
	I = 1,5 ‰.											0,080	0,723	0,905	1,25
												0,036	0,660	0,795	1,20
66_1	Rechteck mit weiten Querlatten.	0,30	0,058	0,00336	1,301	0	—	0,23	0,832	1,301	1,56	0,975	0,996	1,301	1,31
	$V_m = 1,464$.		0,158	0,0250	1,164	0,1375	5,480	0,13	0,775	1,164	1,50	0,575	0,933	1,285	1,38
	H = 0,288.		0,258	0,0666	0,789	0,5127	7,687	0,03	0,645	0,789	1,22	0,375	0,884	1,180	1,34
	I = 8,86 ‰.											0,075	0,723	0,858	1,19
												0,018	0,605	0,631	1,04
56	Rechteck, kleiner Kies.	0,43	0,050	0,0025	1,362	0	—	0,344	0,875	1,362	1,56	0,916	0,989	1,362	1,377
	$V_m = 1,714$.		0,148	0,0219	1,320	0,042	1,918	0,246	0,839	1,320	1,57	0,616	0,941	1,224	1,301
	H = 0,394.		0,264	0,0697	1,226	0,136	1,951	0,130	0,774	1,226	1,58	0,316	0,866	1,085	1,253
	I = 4,9 ‰.		0,344	0,1183	1,034	0,328	2,773	0,050	0,688	1,034	1,50	0,116	0,764	0,921	1,205
												0,086	0,736	0,849	1,153
												0,046	0,681	0,758	1,113
57	Rechteck, gröberer Kies.	0,49	0,050	0,0025	1,401	0	—	0,402	0,892	1,401	1,57	0,930	0,990	1,401	1,42
	$V_m = 1,471$.		0,167	0,0174	1,401	0	—	0,285	0,855	1,401	1,64	0,630	0,943	1,247	1,32
	H = 0,452.		0,284	0,0810	1,276	0,125	1,54	0,168	0,800	1,276	1,59	0,330	0,871	1,089	1,25
	I = 4,9 ‰.		0,402	0,1640	0,917	0,359	2,19	0,050	0,687	0,917	1,34	0,130	0,775	0,900	1,29
												0,090	0,740	0,829	1,12
64	Rechteck mit weiten Querlatten.	0,50	0,057	0,00325	1,359	0	—	0,430	0,899	1,359	1,51	0,980	0,997	1,359	1,36
	$V_m = 0,856$.		0,157	0,0247	1,378	−0,019	—	0,330	0,871	1,378	1,58	0,480	0,913	1,185	1,30
	H = 0,487.		0,257	0,0661	1,309	0,050	0,76	0,230	0,832	1,309	1,57	0,180	0,807	0,940	1,17
	I = 1,5 ‰.		0,357	0,1277	1,191	0,168	1,32	0,130	0,774	1,191	1,54	0,080	0,723	0,842	1,16
			0,457	0,2088	0,865	0,494	2,37	0,030	0,645	0,865	1,34	0,026	0,632	0,674	1,07

§ 33. Bei aufmerksamer Betrachtung dieser Zusammenstellungen gelangen wir nun zu folgenden Resultaten:

A. Die Vertikalkurve des Stromstriches.

a) Glatte Gerinne.

In den Versuchen Nr. 60_1, 59_3, 58_2, 59_4, 67_1, 55_2, 58_3, 53 und 54, d. h. bis zu einem Verhältnis $\frac{H}{B} = 0{,}62$ finden wir nun eine sehr schöne Übereinstimmung der Geschwindigkeitskurve mit meiner Parabel 8. Ordnung. Die Maximaldifferenz der Quotienten $\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$ beträgt in Reihe 54 bloss 11 %, auch Reihe 67_3, mit einem $\frac{H}{B} = 1{,}21$ stimmt noch mit einem Maximalfehler von 11 %. In den Reihen 60, 59, 55 und 58 beträgt der Maximalfehler nicht einmal 5 %. Wir sehen auch, dass meine Formel durchgehends viel besser mit den Messungen übereinstimmt als die von Bazin und dass gerade in den Fällen, wo letztere noch befriedigende Resultate aufweist, die Parabel 8. Ordnung noch besser und besonders schön mit den Geschwindigkeiten zusammenfällt.

Auch in den relativ höheren Wasserständen, mit $\frac{H}{B}$ über 0,65, findet noch eine bedeutende Ähnlichkeit mit meiner Parabel statt, wo die Bazinsche Kurve längst nicht mehr befriedigt.

b) Rauhe Gerinne.

Hier stimmen die Versuche noch bis zu einem Verhältnisse $\frac{H}{B} = 0{,}25$ sauber, d. h. mit einer Maximaldifferenz von unter 5 %, überein. Darüber hinaus ist das Stimmen ein unregelmässiges, nicht mehr vollkommen befriedigendes und es kommen hier Differenzen bis zu 20 % vor.

Wir können somit den Satz aufstellen:

Die Vertikalkurve des Stromstriches rechtwinkliger, glatter und rauher Gerinne von verhältnismässig niederem Wasserstande (bis zu etwa $\frac{H}{B} = 0{,}62$) ist eine Parabel 8. Ordnung und zwar eine um so genauere, je niedriger der Wasserstand ist.

Von welchen Faktoren hängt nun der Quotient $\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$ in diesem Spezialfalle ab?

Auch darüber erhalten wir befriedigende Auskunft, wenn wir die nachstehenden Rechnungsergebnisse betrachten:

Gerinne	$\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$ im Mittel	H	$\sqrt[8]{H}$	$u' \sqrt[8]{\frac{H}{h}}$
60_1	1,48	0,180	0,807	1,194
59_3	1,49	0,201	0,818	1,218
58_2	1,45	0,215	0,825	1,195
54_4	1,47	0,265	0,847	1,244
67_1	1,70	0,110	0,759	1,289
55_2	1,44	0,269	0,849	1,221
58_3	1,38	0,332	0,871	1,200
53	1,48	0,246	0,840	1,242
54	1,55	0,151	0,790	1,224
67_2	1,39	0,384	0,887	1,232
67_3	1,37	0,486	0,914	1,250
			Mittel:	1,228

(Zu den ersten fünf Zeilen:) Umgerechnet mittelst $\frac{u'}{\sqrt[8]{h}} = \frac{\frac{u}{\sqrt[8]{h}}}{v_m}$

In unzweideutiger Weise ergibt sich, dass

$$u' \sqrt[8]{\frac{H}{h}} = \text{konstant} = 1{,}228.$$

Da nun $u' = \frac{u}{v_m}$, so ist $u = 1{,}228\, v_m \sqrt[8]{\frac{h}{H}} = 1{,}228\, m \sqrt{r I} \sqrt[8]{B \frac{h}{H}}$.

Also ist

$$c = 1{,}228\, v_m$$

und

$$\frac{c}{v_m} = 1{,}228.$$

Diese Grösse $u' \sqrt[8]{\frac{H}{h}}$ repräsentiert also einfach das Verhältnis $\frac{c}{v}$, dessen Reciproke $= 0{,}814$.

Wir haben somit auch: $u = c \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$.

Fassen wir nun auch in gleicher Weise die rauhen Gerinne ins Auge:

Gerinne		$\frac{u'}{\sqrt[8]{h}}$ im Mittel	H	$\sqrt[8]{H}$	$u' \sqrt[8]{\frac{H}{h}}$
63_1	Querlatten, eng	1,52	0,218	0,827	1,256
61_1	„ „	1,58	0,160	0,795	1,255
61_2	„ „	1,52	0,244	0,831	1,262
66_1	„ weit	1,53[1]	0,288	0,856	1,308
64	„ „	1,55[1]	0,487	0,914	1,415
56	Kies, klein	1,57	0,394	0,890	1,396
57	„ grob	1,60[1]	0,452	0,905	1,446

1) Die abnormen Werte wurden weggelassen.

Als Mittelwerte für die verschiedenen Rauhigkeitsgrade finden wir für

$u' \sqrt[8]{\frac{H}{h}}$

	Jetzt	Früher, für $\frac{c}{v}$
1. Kies, klein	1,396	1,305
2. „ grob	1,446	1,401
3. Querlatten, eng	1,258	1,269
4. „ weit	1,361	1,345

Wir finden sonach auch hier eine sehr schöne Bestätigung der oben abgeleiteten Formel

$$u = c \cdot \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$$

und es heisst nun die ganz allgemeine Gleichung für die Geschwindigkeit im Stromstrich breiter, rechtwinkliger Gerinne

$$u = \frac{c}{v}\, m \cdot \sqrt{\tau I} \cdot \sqrt[8]{B \frac{h}{H}} = \left(\frac{c}{v}\right) v \cdot \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$$

und da nach Seite 110: $\frac{c}{v} = \frac{1}{0{,}411 \sqrt[6]{m}} = \frac{1}{0{,}4354 \sqrt[4]{R}}$, so ist

$$u = \frac{2{,}434}{\sqrt[6]{m}} \sqrt{\tau I} \sqrt[8]{B \frac{h}{H}} = \frac{\sqrt{2} \sqrt[4]{k^5}}{0{,}4354} \sqrt{\tau I} \sqrt[8]{B \frac{h}{H}}.$$

Die Geschwindigkeiten im Stromstrich ganz nahe der Sohle hat Dubuat (2) unter anderem auch an seinem 0,467 m breiten Bretterkanal gemessen. Es geschah dies mittelst Kugeln und Johannisbeeren von $1\frac{1}{2}$—2 Linien Durchmesser. Es entspricht dies einer mittleren Entfernung h von der Wandung von 0,38 cm.

Es wurde nun an der Hand dieser, für so nahe Distanzen einzigen Versuche, in nachstehender Tabelle die Formel $u = \left(\frac{c}{v}\right) v \cdot \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$ geprüft.

$\frac{c}{v}$ wurde wie im Bazin'schen Bretterkanale zu 1,228 angenommen. Die 8. Wurzel aus 0,0038 ist 0,4977.

Bezeichnung	Gerinne	v	H	$\sqrt[8]{H}$	u berechnet nach $\left(\frac{c}{v}\right) . v . \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$	u gemessen von Dubuat
P	Dubuat, Bretterkanal	0,548	0,05418	0,6941	0,483	0,453
Q	„ „	0,766	0,1353	0,7784	0,602	0,673
S	„ „	0,249	0,05536	0,6962	0,219	0,156
T	„ „	0,328	0,08130	0,7305	0,275	0,232
V	„ „	0,384	0,1195	0,7670	0,306	0,267
X	„ „	0,421	0,1612	0,7956	0,324	0,278
Y	„ „	0,124	0,1183	0,7658	0,099	0,055

Wenn man bedenkt, wie sehr die Geschwindigkeiten bei solcher Nähe der immer etwas ungleichmässigen Wandungen schwanken müssen, wie ungleich die Durchmesser der verwendeten Kugeln waren, dass ferner die Reibung der letzteren an der Sohle auf die Geschwindigkeit bedeutend einwirken musste, so muss man die oben an den Tag tretende Genauigkeit der Übereinstimmung der berechneten und der wirklich gemessenen Sohlengeschwindigkeiten mindestens als eine befriedigende bezeichnen.

In breiten rechtwinkligen Kanälen und jedenfalls auch in solchen von Trapezform, aber mit steilen Wandungen, können wir nun an der Hand der obigen Formel genau bestimmen:

1. Die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Profils aus der Maximalgeschwindigkeit. Letztere ist freilich nicht nur an der Oberfläche zu bestimmen, wenigstens nicht in Kanälen von einiger Tiefe.

Ferner ist zur Lösung dieser Aufgabe noch die Kenntnis des Geschwindigkeitskoeffizienten erforderlich.

Es ist dann $v_m = \frac{c}{\left(\frac{c}{v_m}\right)}$, wo $\frac{c}{v_m} = \frac{1}{0{,}435 \sqrt[4]{k}}$, und k den Geschwindigkeitskoeffizienten nach Q bedeutet.

2. Die Geschwindigkeitskurve des Stromstriches, abzuleiten aus der Maximalgeschwindigkeit. Hierzu genügt die Formel

$$u = c \sqrt[8]{\frac{h}{H}},$$

so lange c sich an der Oberfläche befindet.

3. Die mittlere Geschwindigkeit aus einer einzigen Messung.

Wir können nämlich mit Hülfe der letzteren Formel den Ort der mittleren Geschwindigkeit bestimmen, sofern die Kurve eine Parabel darstellt:

Setzen wir $u = v_m$, so wird $\frac{v}{c} = \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$, wo in diesem Falle h die Höhe dieses Ortes über der Sohle bedeutet; es ist dann:

$$h = \left(\frac{v}{c}\right)^8 H$$

und da $\frac{v}{c} = 0{,}4354 \,.\, \sqrt[4]{k}$, so ist $h = 0{,}001292\, k^2 \,.\, H$.

Ist z. B. $k = 10$ (ungehobelte Bretter), so ist $h = 0{,}129\, H = \text{ca.}\ \frac{H}{8}$.

Ist dagegen $k = 13{,}5$ (Cement), so ist $h = 0{,}235\, H = \text{ca.}\ \frac{H}{4}$.

Diese Formel stimmt sehr gut mit der Beobachtung überein, dass mit dem Wachsen der Rauhigkeit der Ort der maximalen Geschwindigkeit in die Tiefe sinkt. Der Ort der mittleren Geschwindigkeit liegt, wie wir bei den Röhren gesehen haben, dort bei 0,240 H. In sehr glatten, breiten und rechtwinkligen Kanälen befindet sich somit der Ort der mittleren Geschwindigkeit des ganzen Profils in der gleichen Wanddistanz wie in den Röhren.

B. Die Horizontalkurve des Wasserspiegels.

§ 34. Für diese finden bei den Versuchen der vorstehenden Tabelle meist nur gewisse Annäherungen an die Parabel statt, da hier vorzugsweise solche Kanäle untersucht wurden, welche ihrer Breite halber eine gute Übereinstimmung mit der Geschwindigkeitsparabel zeigen mussten.

Immerhin stimmen schon bei Versuch Nr. 67_3 und 58_3 mit einem $\frac{B}{H} = 1{,}21$ und 0,34 die einzelnen $\frac{u'}{\sqrt[8]{b}}$ mit einer Maximaldifferenz von bloss 1,4 bis 1,5 % untereinander und es beträgt letztere im Maximum sämtlicher 18 Versuche bei Reihe 66_1 28 %, im Durchschnitt etwa 9 %.

Es zeigt sich deutlich, dass diese Kurve sich umsomehr der Parabel nähert, je höher der Wasserstand, je weniger der Wasserspiegel unter dem Einfluss der Sohle steht.

Der Verfasser hat nun im Winter 1901/02 und im Frühjahr 1902 verschiedene Geschwindigkeitsmessungen an relativ sehr tiefen Kanälen gemacht, welche zwar an der schon früher (§ 16) erwähnten Unvollkommenheit litten, dass die gleichförmige Bewegung noch nicht in vollem Mass eingetreten war, was aus den welligen Erhebungen der Oberfläche hervorging.

Nichtsdestoweniger bieten diese Versuche ein wesentliches Interesse, da sie einerseits wohl die einzigen, in der Literatur über solche Kanäle erhältlichen darstellen und in allen übrigen Teilen wohl gelungen sind. Wie wir sehen, sind die Horizontalkurven hier wirklich durchgehends ziemlich bis sehr genaue Parabeln 8. Ordnung. Diese Versuche sollen daher hier ebenfalls beigegeben werden.

Gerinne	H	B	Manometerstände						$\frac{u^2}{2g}$					u					Stromstrich				Oberfläche			
			1,8	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	h	$\sqrt[8]{h}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{b}}$
1. Mühleport.	0,0300	0,051	2,60	8,80	7,96	7,10	6,38	4,65	6,20	5,36	4,50	3,78	2,05	1,10	1,03	0,94	0,86	0,63	0,030	0,645	1,10	1,71	0,050	0,687	1,10	1,60
3. XI. 1901.			2,61	9,00	8,10	7,10	6,40	4,80	6,39	5,49	4,49	3,79	2,19	1,12	1,04	0,94	0,86	0,66	0,025	0,630	1,12	1,74	0,040	0,669	1,03	1,54
$V_m = 0,918$.			2,60	8,98	8,12	7,10	6,38	5,05	6,38	5,52	4,50	3,78	2,45	1,12	1,04	0,94	0,86	0,69	0,020	0,613	1,12	1,83	0,020	0,613	0,94	1,53
$\frac{v}{c} = 0,819$.			2,60	7,15	7,02	7,15	6,48	4,85	4,55	4,42	4,55	3,88	2,25	0,94	0,93	0,94	0,87	0,66	0,010	0,562	0,94	1,67	0,005	0,515	0,86	1,66
			2,59	4,40	4,10	—	6,38	5,35	1,81	1,51	—	3,79	2,76	0,60	0,54	—	0,86	0,74	0,001	0,422	0,60	1,42	0,001	0,422	0,63	(1,49)
2. Mühleport.	0,0545	0,0511	5,10	11,98	11,88	10,89	9,06	5,49	6,88	6,78	5,79	3,96	0,39	1,16	1,15	1,07	0,88	0,28	0,052	0,691	1,16	1,68	0,050	0,687	1,16	1,69
10. XI. 1901.			5,16	12,39	12,35	11,05	9,05	5,60	7,23	7,19	5,89	3,89	0,44	1,19	1,19	1,07	0,87	0,30	0,045	0,679	1,19	1,75	0,040	0,669	1,15	1,72
$V_m = 1,146$.			5,17	12,60	12,70	11,10	8,98	5,60	7,43	7,53	5,93	3,81	0,43	1,21	1,22	1,08	0,86	0,29	0,035	0,658	1,21	1,84	0,020	0,613	1,07	1,74
$\frac{v}{c} = 0,939$.			5,17	12,20	12,20	11,15	8,97	5,68	7,03	7,03	5,98	3,80	0,51	1,17	1,17	1,09	0,86	0,32	0,025	0,630	1,17	1,86	0,005	0,515	0,88	1,71
			5,17	11,15	11,10	11,00	8,86	5,80	5,98	5,93	5,83	3,69	0,63	1,08	1,08	1,07	0,85	0,35	0,015	0,592	1,08	1,82				
			5,17	9,10	9,10	8,80	8,18	5,20	3,93	3,93	3,63	3,01	0,03	0,88	0,88	0,84	0,77	0,10	0,005	0,515	0,88	1,71				
			5,17	6,62	6,58	6,73	6,90	5,20	1,45	1,41	1,56	1,73	0,03	0,53	0,53	0,55	0,58	0,10	0,001	0,422	0,53	1,26				
3. Mühleport.	0,1050	0,051	3,70	11,15	11,15	9,95	8,43	6,80	7,45	7,45	6,25	4,73	3,10	1,21	1,21	1,11	0,96	0,78	0,1025	0,752	1,21	1,61	0,050	0,687	1,21	1,76
10. XI. 1901.			3,70	12,15	12,18	10,55	9,19	6,80	8,45	8,48	6,85	5,49	3,10	1,29	1,29	1,16	1,04	0,78	0,09	0,740	1,29	1,74	0,040	0,669	1,21	1,81
$V_m = 1,167$.			3,69	12,50	12,53	10,68	9,10	6,85	8,81	8,84	6,99	5,41	3,16	1,31	1,32	1,17	1,03	0,79	0,08	0,729	1,31	1,80	0,020	0,613	1,11	1,81
$\frac{v}{c} = 0,870$.			3,67	12,65	12,65	10,80	9,27	6,80	8,98	8,98	7,13	5,60	3,13	1,33	1,33	1,18	1,05	0,78	0,07	0,717	1,33	1,85	0,005	0,515	0,96	1,86
			3,67	12,79	12,75	10,80	9,00	6,85	9,12	9,08	7,13	5,33	3,18	1,34	1,34	1,18	1,02	0,79	0,06	0,703	1,34	1,92	0,001	0,422	0,78	1,85
			3,66	12,95	12,60	10,90	8,60	6,87	9,29	8,94	7,24	4,94	3,21	1,35	1,33	1,19	0,98	0,79	0,05	0,687	1,35	1,96				
			3,67	12,65	12,45	10,82	8,15	6,87	8,98	8,78	7,15	4,48	3,20	1,33	1,31	1,18	0,94	0,79	0,04	0,669	1,33	1,99				
			3,67	11,80	11,89	10,80	7,87	6,95	8,13	8,22	7,13	4,20	3,28	1,26	1,27	1,18	0,91	0,80	0,03	0,645	1,26	1,95				
			3,65	10,78	10,85	10,23	7,80	6,95	7,13	7,20	6,58	4,15	3,30	1,18	1,19	1,14	0,90	0,81	0,02	0,613	1,18	1,92				
			3,64	7,85	8,20	7,35	6,96	6,96	4,21	4,56	3,71	3,32	3,32	0,91	0,94	0,85	0,81	0,81	0,005	0,515	0,91	1,77				
			3,66	7,35	5,60	4,65	4,95	4,54	3,69	1,94	0,99	1,29	0,88	0,85	0,62	0,44	0,50	0,41	0,001	0,422	0,85	2,01				
4. Mühleport.	0,0605	0,051	5,62	12,38	12,60	11,00	9,75	6,82	6,76	6,98	5,38	4,13	1,20	1,15	1,17	1,03	0,90	0,49	0,057	0,699	1,15	1,65				
10. XI 1901.			5,65	13,10	13,10	11,96	9,89	6,87	7,45	7,45	6,31	4,24	1,22	1,21	1,21	1,12	0,91	0,49	0,050	0,687	1,21	1,76	0,050	0,687	1,15	1,67
$V_m = 1,161$.			5,68	13,47	13,45	12,25	9,80	6,87	7,79	7,77	6,57	4,12	1,19	1,24	1,23	1,14	0,90	0,49	0,040	0,669	1,24	1,85	0,040	0,669	1,17	1,75
$\frac{v}{c} = 0,936$.			5,69	13,48	13,48	12,16	9,80	6,91	7,79	7,79	6,47	4,11	1,22	1,24	1,24	1,13	0,90	0,49	0,030	0,645	1,24	1,92	0,020	0,613	1,03	1,68
			5,69	12,70	12,48	11,70	9,70	6,90	7,01	6,79	6,01	4,01	1,21	1,17	1,15	1,09	0,89	0,49	0,020	0,613	1,17	1,91	0,005	0,515	0,90	1,75
			5,69	10,80	10,80	10,40	9,55	6,88	5,11	5,11	4,71	3,86	1,19	1,00	1,00	0,96	0,87	0,49	0,010	0,562	1,00	1,78	0,001	0,422	0,49	(1,16)
			5,69	9,55	9,70	9,41	9,25	6,85	3,86	4,01	3,72	3,56	1,16	0,87	0,89	0,85	0,83	0,48	0,005	0,515	0,87	1,69				

Gerinne	H	B	Manometerstände						$\frac{u^2}{2g}$					u					Stromstrich				Oberfläche			
			1,8	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	h	$\sqrt[8]{h}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{b}}$
5. Mühleport.	0,0860	0,020	2,10	5,83	—	—	—	—	3,73	—	—	—	—	0,86	—	—	—	—	0,085	0,735	0,86	1,17	—	—	—	—
10. XI. 1900.			2,08	6,40	—	—	—	—	4,32	—	—	—	—	0,92	—	—	—	—	0,070	0,717	0,92	1,28	—	—	—	—
v = 0,800			2,08	6,40	—	—	—	—	4,32	—	—	—	—	0,92	—	—	—	—	0,060	0,703	0,92	1,31	—	—	—	—
$\frac{v}{c}$ = 0,869			2,07	6,28	—	—	—	—	4,21	—	—	—	—	0,91	—	—	—	—	0,050	0,687	0,91	1,32	—	—	—	—
			2,07	6,05	—	—	—	—	3,98	—	—	—	—	0,88	—	—	—	—	0,040	0,669	0,88	1,31	—	—	—	—
			2,06	5,95	—	—	—	—	3,89	—	—	—	—	0,87	—	—	—	—	0,030	0,645	0,87	1,35	—	—	—	—
			2,07	5,63	—	—	—	—	3,56	—	—	—	—	0,84	—	—	—	—	0,020	0,613	0,84	1,37	—	—	—	—
			2,06	4,90	—	—	—	—	2,84	—	—	—	—	0,75	—	—	—	—	0,010	0,562	0,75	1,36	—	—	—	—
			2,05	4,20	—	—	—	—	2,15	—	—	—	—	0,65	—	—	—	—	0,005	0,515	0,65	1,26	—	—	—	—
			2,05	2,30	—	—	—	—	0,25	—	—	—	—	0,22	—	—	—	—	0,001	0,422	0,22	0,52	—	—	—	—

Gerinne	H	B	Aussen	Manometerstand			$\frac{u^2}{2g}$			u			Stromstrich				Oberfläche			
				b = 0,0100	b = 0,0055	b = 0,00022	b = 0,0100	b = 0,0055	b = 0,00022	b = 0,0100	b = 0,0055	b = 0,00022	h	$\sqrt[8]{h}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$	b	$\sqrt[8]{b}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{b}}$
6. Zyssets Gerbe	0,022	0,010	2,05	3,27	3,02	2,98	1,22	0,97	0,93	0,49	0,44	0,43	0,019	0,610	0,49	0,80	0,0100	0,562	0,49	0,87
15. XII. 1901			2,05	3,20	3,01	2,92	1,15	0,96	0,87	0,47	0,43	0,41	0,012	0,575	0,47	0,81	0,0055	0,522	0,44	0,84
v = 0,333			2,05	3,08	3,00	2,89	1,03	0,95	0,84	0,45	0,43	0,41	0,007	0,537	0,45	0,84	0,0022	0,465	0,43	0,92
$\frac{v}{c}$ = 0,679			2,05	3,00	2,95	2,88	0,95	0,90	0,83	0,43	0,42	0,40	0,004	0,501	0,43	0,86				
7. Zyssets Gerbe.	0,040	0,010	3,87	5,65	5,41	5,05	1,78	1,54	1,18	0,59	0,55	0,48	0,039	0,666	0,59	0,89	0,0100	0,562	0,59	1,04
15. XII. 1901.			3,87	5,65	5,33	5,10	1,78	1,46	1,23	0,59	0,54	0,49	0,032	0,653	0,59	0,90	0,0055	0,522	0,55	1,05
v = 0,450.			3,87	5,61	5,31	5,06	1,74	1,44	1,19	0,58	0,53	0,48	0,022	0,621	0,58	0,93	0,0022	0,465	0,48	1,03
$\frac{v}{c}$ = 0,763			3,87	5,58	5,31	4,93	1,71	1,44	1,06	0,58	0,53	0,46	0,012	0,575	0,58	1,08				
			3,87	5,35	5,18	4,91	1,48	1,31	1,04	0,54	0,51	0,45	0,007	0,537	0,54	1,05				
			3,87	5,29	5,10	4,90	1,42	1,23	1,03	0,53	0,49	0,45	0,004	0,501	0,53	1,06				

Aus diesen Versuchen geht nun deutlich hervor, dass die horizontale Geschwindigkeitskurve am Wasserspiegel eine Parabel 8. Ordnung ist, sobald sie dem Einfluss der Sohle einigermassen entrückt bleibt. Die Ausnahmen, welche die Messungen am zunächst der Wandung gelegenen Punkt in den Versuchen Nr. 1 und 4 machen, dürfen nicht in Betracht gezogen werden, da in solcher Nähe von 1 mm jede genaue Messung unmöglich wird und zudem hier die Geschwindigkeit ausserordentlich von kleinen Unebenheiten der Wandungen abhängt.

Es ist mir aber nicht gelungen, eine einfache Beziehung zwischen dem konstanten Quotienten $\frac{\dot{u}}{\sqrt[8]{b}}$ und den Dimensionen des Querprofils und der mittleren Geschwindigkeit zu finden, vielleicht, weil die hier benützten Kanäle noch zu wenig tief sind, vielleicht auch der schon erwähnten Unvollkommenheiten halber.

Einiges Interesse bieten auch die Vertikalkurven dieser Kanäle. Wir sehen hier, wie in dem Kanal Nr. 3, von quadratförmigem Querschnitt, der Ort der maximalen Geschwindigkeit bis genau in die halbe Tiefe hinuntersinkt, dass aber auch in diesen relativ sehr hohen Gerinnen die vertikale Geschwindigkeitskurve des Stromstrichs sich noch bedeutend der Parabel 8. Ordnung nähert. Auffällig ist hier ferner, dass die seitlichen Vertikal-Geschwindigkeitskurven fast gerade Linien sind, mit einer schroffen Rückbiegung am Grunde.

Aus allen vorstehenden Untersuchungen über die sog. Geschwindigkeitskurven ziehen wir folgenden Schluss:

Ohne Einfluss der Seitenwandungen ist die Vertikalkurve des Stromstrichs, ohne Beeinträchtigung durch die Sohle die Horizontalkurve des Wasserspiegels, eine genaue Parabel des 8. Grades, mit dem Scheitel an der Wandung.

§ 35. Nachdem dieses konstatiert war, verglich ich diese Kurve auch mit den Geschwindigkeitskurven einiger natürlicher Wasserläufe.

Da die Horizontalkurven des Wasserspiegels bedeutend von der Normalparabel abweichen, so wurden in nachstehendem nur die Vertikalkurven des Stromstrichs angeführt.

	h	$\sqrt[8]{h}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$
1. Elbe bei Altengamm	0,30	0,859	0,95	1,106
	0,40	0,892	0,95	1,067
	1,40	1,043	0,75	0,719
	2,40	1,116	1,03	0,922
	3,40	1,165	1,03	0,883
	4,40	1,203	1,33	1,105

	h	$\sqrt[8]{h}$	u	$\frac{u}{\sqrt[8]{h}}$
	5,40	1,235	1,64	1,328
	6,40	1,261	1,62	1,284
	7,40	1,284	1,67	1,302
	8,40	1,305	1,67	1,278
	9,40	1,323	1,67	1,262
2. Elbe bei Herrnskretschen.	0,25	0,840	0,80	0,952
Vertikale V	1,05	1,006	1,21	1,203
	2,25	1,107	1,60	1,447
	2,95	1,145	1,57	1,371
3. Leine bei Hannover	0,25	0,840	0,423	0,570
Vertikale 17	0,55	0,928	0,530	0,571
	1,05	1,006	0,558	0,527
	1,55	1,056	0,600	0,568
	2,05	1,094	0,600	0,548
	2,55	1,124	0,600	0,534
4. Eger	0,25	0,749	0,962	1,284
Vertikale 6	0,35	0,877	1,195	1,363
	0,55	0,928	1,245	1,341
	0,66	0,948	1,308	1,379
	0,76	0,966	1,363	1,412
5. Rhein bei Basel	0,20	0,818	1,505	1,838
Vertikale 9.	1,20	1,023	2,138	2,088
	2,60	1,127	2,636	2,338

Diese wenigen Beispiele dürften genügen, um zu zeigen, dass sich die Geschwindigkeitskurve der Vertikalebene im Stromstrich natürlicher Flussläufe bedeutend einer Parabel der 8. Ordnung nähert.

Es ist dies leicht aus dem Verhalten rechtwinkliger Gerinnen zu erklären. In breiten Flussläufen, wo der Einfluss der Seitenwandungen auf die Geschwindigkeit ein geringer ist, finden wir die Normalparabel in der Vertikalen des Stromstrichs; dagegen haben die Horizontalkurven nur eine meist ganz verzerrte Ähnlichkeit mit derselben. Es ist klar, dass für die Form der letzteren die Ausbildung des Querprofils der massgebende Faktor ist.

Obige Beispiele liessen sich bedeutend vermehren; es wäre aber vergebliches Bemühen, aus einer grossen Zahl von Messungen beweisen zu wollen, dass das gefundene Parabelgesetz in solchen Flussläufen mit grosser mathematischer Genauigkeit anzuwenden sei. Gegenteils hat Jasmund (95, 96) eine grössere Ähnlichkeit mit der logarithmischen Kurve nachgewiesen.

So beweglich und scheinbar regellos auch die Einzelgeschwindigkeiten sind, so gesetzmässig tritt dagegen die mittlere Geschwindigkeit auf. Das

Gesetz $v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{QI}$ und die daraus abgeleitete Form

$$v = \sqrt{2\,k^3}\,\sqrt{\tau I}\,\sqrt[8]{B}$$

sind allgemeinster Natur.

Die Vertikalkurven ausserhalb des Stromstriches haben eine verschiedene Gestalt. In der Nähe des letzteren ähneln sie noch deutlich der Normalparabel, mit der grössten Geschwindigkeit am Wasserspiegel. Je mehr man sich jedoch den Ufern nähert, desto tiefer sinkt der Ort der maximalen Geschwindigkeit und es biegt die Kurve auch oben nach rückwärts um.

Aus den Horizontalgeschwindigkeitskurven (s. Fig. 6) sehen wir, dass die relative Bewegung der Wasserteilchen an der Oberfläche in horizontaler Richtung grösser ist, als in den tieferen Schichten. Die Wasserspiegel-Kurve läuft spitzer zu, ist schlanker, als die Kurven der Tiefe.

§ 36. Der vorliegende experimentelle Nachweis, dass unter den einfachsten Verhältnissen die Geschwindigkeitskurve eine Parabel des 8. Grades sei, ist mit grösster Schärfe gelungen an den kreisförmigen Röhren, den glatten, halbkreisförmigen Röhren, sowie für den Stromstrich sehr breiter, rechtwinkliger Kanäle; mit noch vollkommen befriedigender Übereinstimmung gefunden in den Achsen-Ebenen rechtwinkliger Kanäle und am Wasserspiegel relativ sehr hoher rechtwinkliger Kanäle und schliesslich mit noch ziemlicher Annäherung an der mittleren Vertikalen natürlicher Flussläufe.

In den kreisförmigen Röhren und halbkreisförmigen Kanälen lässt sich aus den Einzelgeschwindigkeiten mittelst Integration über die ganze Querschnittsfläche eine Formel ableiten für die mittlere Geschwindigkeit. Diese letztere hinwiederum lässt sich umwandeln in eine Formel für die mittlere Geschwindigkeit, ausgedrückt durch das Durchflussquantum, das Gefälle und die grösste Dimension des Querschnitts. Letztere Beziehung nun ist gültig für alle offenen und geschlossenen Profile, ganz aussergewöhnlich komplizierte Formen vielleicht ausgenommen.

Darauf gestützt, sowie mit Rücksicht auf die grosse Genauigkeit und Einfachheit der Formeln, dürfen wir die gefundenen Relationen als ein Naturgesetz für die krummläufige Bewegung bezeichnen und solches folgendermassen endgültig zusammenfassen:

1. In jedem beliebigen Gerinne von gleichmässigem Querschnitt, d. h. von Prisma- oder Cylinder-Form, ist die bewegende Kraftkomponente QI der sekundlichen Wassermenge proportional dem Produkt aus der dritten Potenz der mittleren Geschwindigkeit und der Potenz $\frac{3}{4}$ des grössten Querschnittsdurchmessers.

2. Die Geschwindigkeit der Translation wächst in einem solchen Wasserkörper von der Wandung des Gerinnes aus nach dem Gesetze einer Parabel 8. Ordnung, so lange sich nicht von der Seite her der Einfluss einer anderen benachbarten Wandung geltend macht.

§ 37. Zum Schlusse dieses Abschnittes über die Einzelgeschwindigkeiten sei noch auf unsere Figurentafel hingewiesen, in welcher sowohl des Verfassers Versuche an rechtwinkligen Röhren, wie auch einige berechnete und gemessene Geschwindigkeitskurven verbildlicht sind.

Figur 3 zeigt uns die Geschwindigkeitskurven, gemessen in der mittleren Vertikalen und am Wasserspiegel des Bazin'schen Versuches Nr. 72_5 am halbkreisförmigen Kanal aus Brettern, sowie die nach der Formel $u = c \cdot \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$ berechnete theoretische Kurve.

Figur 4 stellt die wirkliche und die theoretische Geschwindigkeitskurve in Darcy's Versuch 3, Serie 5, an der neuen gusseisernen Röhre von 50 cm Durchmesser dar.

Figur 5 endlich verbildlicht uns die Geschwindigkeitskurve in der Vertikalebene des Stromstrichs des am rechtwinkligen Gerinne aus Brettern ausgeführten Bazin'schen Versuchs Nr. 59_4, verglichen mit der Kurve der Formel $u = c \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$.

Figur 6 endlich zeigt den Verlauf der Horizontal-Geschwindigkeitskurve am Wasserspiegel des Kanals Nr. 67_3, verglichen mit der theoretischen Kurve: $u = c \sqrt[8]{\frac{b}{B}}$.

VI. Abschnitt.

Die kritische Geschwindigkeit.

§ 38. Diese Bezeichnung, von Reynolds (78, 79, 80) eingeführt, bezeichnet diejenige Geschwindigkeit, bei welcher der Übergang von der „gleitenden, viskösen", geradlinigen Bewegung (steady, direct motion) in die „rollende", krummlinige Bewegung (unsteady, sinuous motion) stattfindet.

Bei der erstgenannten Bewegungsart ist die Geschwindigkeitskurve eine Parabel 2. Ordnung, mit dem Scheitel an der Achse des Wassercylinders. Der Widerstand wächst hier mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit.

Bei der „rollenden" krummlinigen Bewegung dagegen ist die Geschwindigkeitskurve eine Parabel 8. Ordnung, mit dem Scheitel an der Wandung. Der Widerstand wächst bei ihr mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Genau besehen, gibt es aber noch andere kritische Geschwindigkeiten.

Nehmen wir z. B. ein mit Wasser gefülltes Gefäss, in welchem eine konstante Druckhöhe herrscht, und lassen wir nacheinander das Wasser durch folgende Öffnungen strömen, so bieten sich folgende Erscheinungen dar:

1. Öffnung in dünner Wand.

Hier findet bekanntlich starke Kontraktion des Wasserstrahls statt, weshalb der Ausfluss bloss 0,615—0,650, im Mittel etwa 0,62 des theoretischen, beträgt. Die Geschwindigkeit der Wasserfäden ist, abgesehen von der Verschiedenheit der Druckhöhen, im ganzen Wasserstrahl dieselbe, dagegen in der Nähe der Mündung konvergierend, dann divergierend. Ein Einfluss seitens der Reibung an den Kanten der Wandung macht sich hier also nicht fühlbar.

2. Kurze Ansatzröhre.

Für diese gilt die Formel $v = \mu \sqrt{2gh}$, wo μ meist in abnehmendem Sinne variiert mit dem Verhältnis der Länge der Röhre zu dem Durchmesser. Ist die Röhre ganz kurz, so findet kein voller Ausfluss statt, sondern es macht sich derselbe ähnlich wie bei Öffnungen in dünner Wand. Ist sie länger, bei niedrigem Druck etwa das Dreifache des Durchmessers, so schmiegt sich das Wasser dagegen den Wandungen an und der Koeffizient μ steigt dann, nach Morin, bis auf $\mu = 0{,}82 - 0{,}0038\ (n - 2)$, wo n das Verhältnis $\frac{\text{Länge}}{\text{Durchmesser}}$ der Röhre bedeutet. Nach den Versuchen von Dubuat (2) ist hier die Geschwindigkeit in der Mitte des Strahls schon wesentlich grösser, als in der Nähe der Wandungen. Der Einfluss der letzteren macht sich also schon ziemlich weit in den Wasserkörper hinein fühlbar.

3. Längeres Ansatzrohr.

Ist letzteres genügend lang, so wird bei einem gewissen Druckzustand bereits die Achse desselben durch die Reibung in Mitleidenschaft gezogen; dem Druck und der daraus resultierenden Geschwindigkeit wirkt die Reibung entgegen und das Gesetz des Ausflusses wird verändert.

Dieser Vorgang wird am besten durch folgenden einfachen Versuch (79) Reynolds' illustriert.

Man führe mit einer Reissfeder einen Streifen gefärbten Wassers quer über die Oberfläche des Wassers eines gefüllten Bechers und drehe, ohne denselben zu erschüttern, das Glas um seine Achse. Wir sehen, dass das Innere der Flüssigkeit vorerst die Bewegung nicht mitmacht, sondern dass sich der äusserste Teil des Farbstreifens streckt und nur allmählich die Bewegung auch auf die inneren Schichten übertragen wird.

Gerade so verhält sich das Wasser in einer Röhre, nur ist hier das Wasser der durch äussere Kräfte bewegte, die Wandung der ruhende Teil,

die gegenseitige Beeinflussung ist aber dieselbe. Es muss also schon hier einen kritischen Punkt geben, bei welchem der Einfluss der Wandungen die Herrschaft über die Bewegung des ganzen Wasserkörpers gewinnt.

Reynolds fand nun in solchen längeren Röhren zwei kritische Geschwindigkeiten: Die eine bei $v = \frac{1}{278\,T\,.\,D}$, bei welcher das Gesetz des Widerstandes wechselte; unterhalb derselben war derselbe proportional der Geschwindigkeit, oberhalb dagegen annähernd proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit; die andere bei $v = \frac{1}{43{,}79\,T\,.\,D}$, wo ein durch die Achse der Röhre, gleichzeitig mit dem Wasser geleitetes Farbband begann, sich in Flocken und Wirbel aufzulösen, während es bei geringerer Geschwindigkeit in der ganzen Röhre ruhig blieb.

Die erstere, untere kritische Geschwindigkeit wurde an zwei Röhren von 16′ Länge und 1/2 bezw. 1/4 Zoll Durchmesser ermittelt. Die letztere, obere kritische Geschwindigkeit an drei Röhren von einer Länge von 5′ und Durchmessern von 1, 1/2 und 1/4 Zoll.

Nennen wir die erstere die kritische Geschwindigkeit des Widerstandes, die letztere der Flockenbildung.

Es geht nun ohne weiteres aus der Form der Parabel 8. Ordnung hervor, dass, wenn von den normal zu den Wandungen stehenden Wasserfäden nur der äusserste Teil dieser Parabel gemäss nach hinten abbiegt, bereits die ganze Durchflussmenge mit grosser Annäherung dem Gesetze der krummlinigen Bewegung folgt.

Setzen wir z. B. den Fall einer Röhre von R als Durchmesser, und die Geschwindigkeitskurve habe bis zu einer Entfernung von der Wand = h die Form einer Parabel 8. Ordnung, von da an bis zur Achse sei sie eine Gerade.

Wir haben dann für den Rand des Geschwindigkeitsparabeloids die Wassermenge $Q_1 = \int_0^h u\sqrt{RI}\,.\,\sqrt[8]{h}\,.\,2\,(R-h)\,\pi\,dh = 2\,\pi\,u\sqrt{RI}\left(\frac{8\,R\,h^{\frac{9}{8}}}{9} - \frac{8\,h^{\frac{17}{8}}}{17}\right)$ und für den inneren Teil desselben:

$$Q_2 = (R-h)^2\,\pi\,.\,u\sqrt{RI}\,\sqrt[8]{R}.$$

Es ist also dann

$$v = \frac{2\,u\sqrt{RI}}{R^2}\left[\frac{8\,R\,h^{\frac{9}{8}}}{9} - \frac{8\,h^{\frac{17}{8}}}{17} + \frac{(R-h)^2\,\sqrt[8]{R}}{2}\right]$$

woraus hervorgeht, dass schon in diesem Falle v mit $\sqrt{I}$ oder die Widerstandshöhe mit dem Quadrat der Geschwindigkeit variiert, während in der Achse des Wassers sich noch gar keine Störung des normalen Ausflusses zu zeigen braucht. Erst mit grösserem Druck und entsprechender Geschwindigkeit wird

die Bewegung im ganzen Wasserkörper eine „rollende". — Wird nun bei diesem starken Druck die Röhre verlängert, so nimmt die Geschwindigkeit wieder ab und zwar infolge vermehrter Reibung; am Rande bleibt die Bewegung eine „rollende", scheinbar diskontinuierliche, gegen die Mitte zu wird aber $\frac{du}{dh}$ so gering, dass dabei „gleitende", d. h. stetige Bewegung stattfinden kann. Schliesslich kann, bei noch stärkerer Abnahme der Geschwindigkeit infolge Reibung, die ganze Bewegung eine geradlinige werden.

Wir haben also, wenn wir eine anfangs kurze Röhre unter genügend starkem Druck allmählich verlängern, der Reihe nach folgende Übergangsstadien:

1. Der Einfluss der Wandung erstreckt sich nur auf die äusserste Schicht. Das Innere besitzt überall dieselbe Geschwindigkeit.
2. Die „rollende" Bewegung hat den ganzen Wasserkörper ergriffen. Ein in der Achse fliessendes Farbband wird in Flocken aufgelöst.
3. Die rollende Bewegung findet nur noch in der äussersten Schicht statt; im Innern wird die Bewegung geradlinig; ein in der Achse befindliches Farbband bildet daher ebenfalls eine gerade Linie.

Zwischen diesem und dem früheren Stadium liegt die obere Reynoldssche kritische Geschwindigkeit.

4. Die geradlinige Bewegung hat von innen aus den ganzen Wasserkörper ergriffen; auch ein an beliebiger Stelle den Wasserkörper durchziehendes Farbband würde unverändert bleiben.

Zwischen diesem und dem früheren Stadium liegt die untere kritische Geschwindigkeit Reynolds'.

Die Stadien 1 und 2 beobachten wir auch sehr klar an einem in ruhiges Wasser mit mässigem Überdruck geleiteten, gefärbten Wasserstrahl. Diesen Fall hat v. Helmholtz (77) in seiner Abhandlung „Über diskontinuierliche Flüssigkeitsbewegungen" theoretisch behandelt, aus welcher unter anderem auch hervorgeht, dass er sich den Übergang vom ruhenden zum strömenden Wasser durch eine Wirbelfläche vermittelt dachte. Den Versuch selbst hat in mehrfacher Weise Oberbeck (91) ausgeführt und abgebildet. Nach meinem Geschwindigkeitsgesetze wäre nun tatsächlich der Übergang vom ruhenden zum bewegten Wasser kein wirklich diskontinuierlicher, sondern ein nach der Parabel 8. Ordnung in stetiger Weise erfolgender.

In der unmittelbaren Nähe der Ausflussmündung wird der Übergang wohl nur durch eine Wirbelfläche vermittelt. Etwas weiter davon entfernt wird bereits der ganze äussere Teil des Wasserstrahls in wirbelnde Bewegung versetzt; hierdurch wird die Energie verzehrt, die Bewegung verlangsamt, bis zuletzt die ganze gefärbte Flüssigkeit sich in wirbelnder Bewegung befindet und die ganze Translation zum Stehen kommt.

Verfolgen wir nun an der Hand einiger Beispiele die Richtigkeit dieser Auffassung der beiden kritischen Geschwindigkeiten.

1. Darcy, Schmiedeeisen $R = 0{,}0061$.

I	v	v' n. Christen $= 46{,}85\sqrt{RI}\,.\sqrt[3]{R}$	v'' n. Poiseuille $= 688350\,R^2I\,.\,T$		
			t^0	T	v''
0,00085	0,0388	0,0563	19	1,720	0,0374
0,00184	0,0718	0,0831	22	1,849	0,0872
0,00304	0,117	0,1068	22	1,849	0,1440
0,00533	0,147	0,1412	22,5	1,871	0,2554
0,00751	0,169	0,1677	23	1,893	0,3538
0,01650	0,230	0,2482	27	2,072	—
0,02580	0,287	0,3103	26,5	2,049	—
0,03472	0,343	0,3601	24,5	1,958	—
0,04399	0,392	0,4060	23,5	1,916	2,158
0,06264	0,478	0,4857	24,5	1,958	—
0,08554	0,573	0,5657	22	1,849	—
0,17862	0,846	0,8170	22	1,849	—
0,34426	1,195	1,134	22	1,849	16,30

Das in dieser Berechnung für v' benutzte m_r wurde aus den letzten 11 Messungen zu 46,85, im Mittel, bestimmt.

Wir sehen, dass ein völliges Übereinstimmen der gemessenen Geschwindigkeiten mit der nach meiner Formel für die krummlinige Bewegung berechneten ungefähr von $v = 0{,}08$ an stattfindet.

Die untere kritische Geschwindigkeit Reynolds' ist gleich $\frac{1}{278\,.\,1{,}8\,.\,0{,}0122}$ $= 0{,}16$. Die obere dagegen ist gleich $\frac{1}{43{,}79\,.\,1{,}8\,.\,0{,}0122} = 1{,}041$.

In nachstehendem wird eine neue Formel zur Berechnung der unteren kritischen Geschwindigkeit abgeleitet zu

$$v_c = \frac{m_r^2}{688350\,\sqrt[4]{R^3}\,.\,T}$$

und nach dieser berechnet sich v_c zu $\frac{2195}{688350\,.\,0{,}02183\,.\,1{,}8} = 0{,}0811$, welches Resultat mit der wirklich gefundenen kritischen Geschwindigkeit sehr schön übereinstimmt. Bei dieser Geschwindigkeit wechselt also die anzuwendende Formel; ein Auflösen eines in der Achse mit dem Wasser strömenden gefärbten Wasserstrahls würde aber nach Reynolds erst bei einer Geschwindigkeit von 1,041 stattfinden.

2. Darcy, Bleirohr, R = 0,0135.

I	v	v' n. Christen $= 64{,}9 \sqrt{RI} . \sqrt[8]{R}$	v'' n. Poiseuille $= 688350\, R^2\, T . I$ t zu 10° angenommen
0,00044	0,065	0,0922	0,0750
0,00300	0,188	0,2408	0,510
0,00814	0,332	0,3962	1,387
0,02268	0,597	0,6623	3,866
0,05436	1,021	1,024	9,26
0,10500	1,438	1,424	17,79
0,14632	1,679	1,681	24,94

Das m_r wurde aus den letzten drei Messungen ermittelt zu 64,9. Die untere kritische Geschwindigkeit liegt in diesem Beispiel gemäss den Messungen ungefähr bei 0,70 m (zwischen 0,597 und 1,021). Nach meiner Formel läge sie bei 0,1136 m, nach Reynolds bei 0,0981.

Die obere Reynolds' ist erreicht bei $v = \frac{1}{43{,}79 . 1{,}359 . 0{,}027} = 0{,}632.$

Bei v = 0,065 passt noch die Poiseuille'sche, bei v = 0,188 dagegen meine Formel besser. Der Übergang von der einen zur anderen Bewegungsart liegt somit zwischen den beiden Resultaten, entsprechend meiner und Reynolds' kritischer Geschwindigkeit. Ein befriedigendes Übereinstimmen der Messungen mit meiner Formel findet aber erst statt ungefähr von 0,70 m an, d. h. der oberen kritischen Geschwindigkeit von Reynolds; dies offenbar, weil zwischen v = 0,1136 und v = 0,70, genauer 0,632, noch nicht alle Wasserfäden in „rollender" Bewegung waren.

3. Darcy, fer étiré R = 0,01975.

I	v	t	T	v' nach Christen	v'' nach Poiseuille
0,00022	0,0626	—	1,4750	0,0845	0,0872
0,00078	0,1112	13	1,4750	0,1532	0,3090
0,00182	0,1848	13	1,4750	0,2338	0,7216
0,00336	0,2616	13	1,4750	0,3178	1,331
0,00650	0,3817	13	1,4750	0,4408	2,571
0,01286	0,5594	13	1,4750	0,6216	5,096
0,02389	0,7878	13	1,4750	0,8480	9,450
0,03123	0,9149	13	1,4750	0,970	12,37
0,04348	1,0951	13	1,4750	1,142	—
0,12315	1,9205	14,5	1,5348	1,923	—
0,17553	2,3055	14	1,5151	2,298	—
0,22408	2,5971	13	1,4750	2,595	88,80

Mittleres m_r der drei letzten Versuche = 63,81.

Die untere kritische Geschwindigkeit ist schon in diesem Beispiele noch tiefer als bei 0,0626, da schon von Anfang an die rollende Bewegung das kleinere Resultat gibt. Nach meiner Formel liegt sie bei $\frac{4072}{688350 \,.\, T \,.\, 0{,}05268}$ $= 0{,}07616$, nach Reynolds bei 0,0617. Die obere kritische Geschwindigkeit Reynolds' befindet sich dagegen bei $v = 0{,}3920$. In der Tat fängt erst ungefähr bei dieser Geschwindigkeit die Formel für die rollende Bewegung an, ordentlich zu stimmen.

Es ist nun allerdings nicht ausgeschlossen, dass auch die Funktion von R in dem Ausdruck Reynolds' für die obere kritische Geschwindigkeit, $v_c = \frac{1}{43{,}79\,T\,.\,R}$, nicht ganz genau, sondern ähnlich wie bei der unteren kritischen Geschwindigkeit nur eine Näherungsform sei.

Dieser allmähliche Übergang von einer Bewegungsart in die andere macht es auch verständlich, warum auch in Röhren die wirkliche Form der Geschwindigkeitskurve so lange nicht gefunden wurde.

In dem ganzen, ziemlich ausgedehnten Zwischenstadium von der unteren zur oberen kritischen Geschwindigkeit schwankt die Geschwindigkeitskurve zwischen der Parabel 8. Ordnung und einer solchen 2. Ordnung. Erst von der oberen kritischen Geschwindigkeit an aufwärts und der unteren kritischen Geschwindigkeit an abwärts können die Formeln genau mit den Messungen übereinstimmen. In der Tat findet sich in den meisten Versuchsreihen ein um so besseres Übereinstimmen meiner Formel mit den Geschwindigkeiten, je grösser die letzteren sind.

§ 39. Die untere kritische Geschwindigkeit selbst können wir nun mit Hülfe meiner Formel und derjenigen von Poiseuille neu bestimmen. Sie liegt da, wo beide Formeln dieselbe Geschwindigkeit ergeben.

Wir haben nach Poiseuille für die geradläufige Bewegung $v_2 = k R^2 \,.\, I \,.\, T$, wo, im Meter-Tonnen-System,

$k = 688\,350$,

T die sog. Poiseuille'sche Zahl: $1 + 0{,}0337\,t + 0{,}000221\,t^2$.

Meine Formel für die krummläufige Bewegung lautet

$$v_1 = m_r \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{R}.$$

Wir haben sonach

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{k R^2 I T}{m_r \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{R}} = \frac{k}{m_r} R^{\frac{11}{8}} I^{\frac{1}{2}} T.$$

Wir können nun drei Fälle unterscheiden:

1. Wird $\frac{v_2}{v_1} = 1$, so erhalten wir die untere kritische Geschwindigkeit.

Es ist dann I_c, das kritische Gefälle, $= \frac{m_r^2}{k^2 R^{1\frac{1}{4}} T^2}$ und die kritische Geschwindigkeit

$$v_c = \frac{m_r^2}{k R^{\frac{3}{4}} T}.$$

2. Ist $\frac{v_2}{v_1} > 1$, so ist $I > \frac{m_r^2}{k^2 R^{1\frac{1}{4}} T^2}$, also grösser als das kritische Gefälle.

In Worte ausgedrückt heisst das:

Bei stärkerem als dem kritischen Gefälle, d. h. bei „rollender" Bewegung, gibt die Poiseuille'sche Formel das grössere Resultat für die mittlere Geschwindigkeit.

3. Ist $\frac{v_2}{v_1} < 1$, so ist $I < \frac{m^2}{k^2 R^{1\frac{1}{4}} T^2}$.

Oder:

Bei kleinerem als dem kritischen Gefälle, d. h. bei der geradlinigen Bewegung, gibt meine Formel den grösseren Wert.

Diese Schlüsse lassen sich auch folgendermassen vereinigen:

Diejenige der beiden Formeln gibt für die mittlere Geschwindigkeit das richtige Resultat, welche für diese den kleineren Wert liefert.

Als allgemeines Prinzip für die Bewegung des Wassers in Röhren gewinnen wir folgenden Satz:

Das in einer Röhre strömende Wasser wählt diejenige der beiden Hauptbewegungsarten, welche die kleinere Geschwindigkeit, also den grösseren Widerstand ergibt.

§ 40. Gibt es nun auch für den offenen Kanal eine geradläufige Bewegung und eine kritische Geschwindigkeit?

Nach den Messungen an Strömen sehr geringer Neigung zu schliessen, muss diese Frage entschieden verneint werden. Auch in sehr seichten kleinen Kanälen, deren Wassertiefe den Kapillarverhältnissen entsprechen möchte, tritt statt der erwarteten geradläufigen Bewegung eine ganz unerwartete Erscheinung ein, die einer intermittierenden, pulsierenden Bewegung, wie sie sich in geringerem Grade in allen Gerinnen von nicht vollständig mathematischer Form (und zu diesen gehören alle bisher verwendeten) findet. Wollte der Verfasser an seinem künstlichen Holzkanal die Wassertiefe ausserordentlich herabsetzen, so bildeten sich stets Wellen in dem Kanal, welche einen sehr unregelmässigen Ausfluss verursachten, auch wenn der Wasserspiegel, welcher den Zufluss nährte, ganz ruhig war. Ähnliches beobachtet man auch sehr schön an der Grönbachschale bei Merligen am Thunersee, eines um etwa 10 % geneigten Kanals von Trapezform mit sehr steilen Seitenwandungen,

sowie am Glyssibach, östlich von Brienz, einer um 5—15 % geneigten Schale, wo das Wasser sich in sehr deutlich abgesetzten, das ganze Profil quer durchsetzenden Wellen in den Thunersee und den Brienzersee ergiesst. In der Grönbachschale findet diese Erscheinung sowohl bei Hoch- als bei Niederwasser, am Glyssibach nur bei Mittelwasser statt. Die letztere Schale ist aber relativ uneben.

Wie wir bereits in der Einleitung, § 7, gesehen haben, fällt für die krummläufige Bewegung die Poiseuille'sche Zahl T in der betr. Gleichung aus, d. h. es hat dieser Faktor für dieselbe keine Bedeutung. Bei der geradläufigen Bewegung dagegen nimmt die Geschwindigkeit mit der Zunahme der Temperatur in bedeutendem Masse zu, während dies bei den Gasen gerade umgekehrt ist.

Unsere Kenntnis der molekularen Zusammensetzung der Flüssigkeiten ist eine noch sehr unvollkommene und eine vollständige Erklärung des Wesens ihrer Bewegung zur Zeit noch nicht möglich. Gewiss wirken dabei noch andere Faktoren als bloss die der molekularen Anziehung, der molekularen Energie und der Schwerkraft, da erfahrungsgemäss stets ein Teil der einer Flüssigkeit innewohnenden Energie in andere Kraftäusserungen übergeht; so wird z. B. in stark sprudelnden Gewässern Wärme erzeugt, ebenso sind die Schallwirkungen an Bächen, Flüssen und in Röhren wohlbekannt. Zöllner (87) und andere haben ausserdem nachgewiesen, dass alle strömenden Bewegungen in Flüssigkeiten, besonders in Berührung mit starren Körpern, elektrische Ströme erzeugen. Das Gesetz der Erhaltung der Energie gilt somit bei den reibenden Flüssigkeiten nur unter Berücksichtigung dieser Umwandlungen.

Die Art der Fortbewegung des Wassers denkt sich der Verfasser, gestützt auf die bisherigen Ergebnisse, folgendermassen:

1. Die Translationsbewegung besteht in einer Fortbewegung von senkrecht zur Stromachse gestellten, einfachen oder zusammengesetzten Wirbelringen, welche die Form der Isotachen besitzen.

   Denn es ist nicht möglich, dass ein Teil eines Wirbels bedeutend hinter dem andern zurückbleibe, was der Fall sein müsste, wenn seine Bestandteile verschiedene Translationsgeschwindigkeit besitzen würden. Der Ring müsste schliesslich zerreissen und in der Flüssigkeit endigen, was den Prinzipien der Hydrodynamik widerspricht.

   Diese v. Helmholtz'schen Prinzipien der Wirbelbewegung gelten zwar nur für solche Kräfte, die ein Potential haben. Wenn aber die Reibung selbst, wie es nach Hagenbach, Stefan u. a. wahrscheinlich ist, auf dem Abreissen der Wirbel, also auf deren gegenseitiger Anziehung beruht, so werden diese Sätze, da die letztere

Kraft ein Potential hat, wahrscheinlich auch für reibende Flüssigkeiten Anwendung finden können.

2. Diese Wirbelringe bewegen sich bei der geradläufigen Bewegung stets parallel der Stromachse, bei der krummläufigen besitzen sie dagegen ausser dieser Bewegung noch eine, zwar bedeutend schwächere Bewegung nach den Seiten hin, mittelst periodischer Verengerungen und Erweiterungen, deren Gesetze noch nicht bekannt sind.

   Da nach den Reynolds'schen Versuchen mit Farbbändern Wasser nach den Seiten abfliesst, so muss in jeder Schicht ebensoviel ins Innere zurückströmen. An jedem Punkte des Querschnitts befindet sich je ein Stück eines sich erweiternden und eines sich zusammenziehenden Wirbelrings, welche dank ihrer, sie auseinanderhaltenden Wärmeschwingungen, unter Überwindung ihrer Anziehung, mit verhältnismässiger Leichtigkeit aneinander vorbeigehen.

3. In offenen Gerinnen hören diese Wirbelringe, die innersten ausgenommen meist am Wasserspiegel auf und bilden somit offene Ringe; in geschlossenen Leitungen dagegen sind auch sie geschlossen.

Nehmen wir diese Auffassung an, so können wir uns auch den Einfluss von eigentlichen Rauheiten der Seitenwandungen, den Hagenbach mit „Erschütterungswiderstand" bezeichnet, folgendermassen vorstellen.

Jede Erhöhung und Vertiefung an der Wandung bewirkt ein Auseinanderzerren der zunächst liegenden Wirbelringe, welches sich in sich allmählich abschwächendem Masse gegen die Stromachse hin fortpflanzt. Dadurch wird innere Reibungsarbeit geleistet, die Energie der Translation geschwächt. Folgen sich zahlreiche solcher Rauhigkeiten unmittelbar aufeinander, so gerät nach und nach die ganze über dieselben streichende Wassermasse dieser Seite der Wirbelringe in eine vibrierende Bewegung, wodurch stetig Energie verbraucht wird.

In Röhren bleibt das Verhältnis $\frac{v}{c}$ für alle Rauhigkeitsgrade konstant. Wir müssen daraus schliessen, dass sich hier die durch die Rauhigkeiten verursachten Schwingungen ungeschwächt bis zu der Röhrenachse fortpflanzen. Im offenen Kanal dagegen nimmt dieses Verhältnis $\frac{v}{c}$ mit wachsender Rauheit ab, die Geschwindigkeitskurven werden also gestreckter, so dass hier die Reibung offenbar von den Wandungen gegen die Achse zu allmählich abnimmt.

Die rein mathematische Hydrodynamik, eines der schwierigsten Kapitel der theoretischen Mechanik, ist zur Zeit in ein sehr ruhiges Stadium getreten. Der Grund liegt in der Schwierigkeit der betr. Probleme, insbesondere der Integration der betr. Gleichungen, und in den unzureichenden Grundlagen. Möchten der Techniker und der Physiker einerseits, der Mathematiker anderer-

seits etwas weniger getrennte Wege gehen, damit auch die für den Praktiker wichtigste Bewegungsart so ins Einzelne erklärt werden könne, wie es heute für die Bewegung in Kapillaren möglich ist.

VII. Abschnitt.

Einige Anwendungen des gefundenen Gesetzes der krummläufigen Bewegung für Praxis und Theorie.

1. Bestimmung des natürlichen Gleichgewichtsprofils.

§ 41. Im allgemeinen schmiegt sich das Längenprofil eines Flusses, wenigstens in erdigem Terrain, der Erdoberfläche an, nur das Gefälle da und dort ausgleichend. Wird an einer Stelle das Bett zu tief eingegraben, so stürzen die Seitenwände ein, füllen es teilweise wieder zu und verlangsamen damit den Ausgleich. Von dem weggefressenen Material wird das leichtere weggeführt, das schwerere bleibt liegen und nur ganz allmählich weitergeführt. So schützt sich die Erdoberfläche selbst gegen zu weitgehende Erosion. Wird in einer Niederung das Flussbett durch Sinkstoffe erhöht, so tritt entweder der Fluss über, bis er an günstiger Stelle wieder das alte Flussbett gewinnt, oder es entstehen die sogenannten Serpentinen. Mit der Eindämmung der Flussufer ist somit ein natürliches Flussbett ausgeschlossen und es kann sich nur um näherungsweises Gleichgewicht handeln. In neuester Zeit hat Fr. Lorenz (52, 53) eine Studie veröffentlicht „Über die Ermittelung der zweckmässigsten Querprofilsform von Wasserläufen" (Centralblatt für das gesamte Forstwesen, Okt. 1900). Er nimmt an, das Gleichgewicht zwischen den bewegenden und verzögernden Kräften sei für jeden beliebigen Wasserstand vorhanden, wenn das Querprofil derart beschaffen sei, dass bei den verschiedensten, in den betreffenden Gewässern möglichen Wasserständen die mittlere Geschwindigkeit, also der hydraulische Radius, konstant bleibe, d. h. dass eine Vergrösserung der Querprofilfläche auch eine entsprechende Vergrösserung des benetzten Umfangs zur Folge habe. Er bringt für diese Bedingung den mathematischen Ausdruck für die Form des Querprofils, welchem folgendes Bild entspricht:

Der unterste Teil des Profils bildet eine schmale, sich nach oben vorerst nur schwach, dann fast plötzlich zu einer flachen Schale, dem oberen Teil des Profils ausweitenden Spalte.

Lorenz empfiehlt bei Berechnung des Durchflussprofils diese Kurve in der Weise zu berücksichtigen, dass für den gewöhnlichen Wasserstand das

dafür passende Profil gewählt wird, die Hochwasserprofile dagegen möglichst nach dieser, an das Niederwasserprofil anschliessenden Kurve abgestaffelt werden.

Wenden wir dasselbe Prinzip auf meine Formel an, so erhalten wir eine der Lorenz'schen ganz ähnliche Kurve.

Es ist nämlich ganz allgemein $v = \frac{m}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{\frac{FI}{2}}$.

Soll dieser Ausdruck für die mittlere Geschwindigkeit konstant sein, so muss $\frac{\sqrt{f}}{\sqrt[8]{b^3}} = \sqrt{c}$ für alle Wasserstände konstant bleiben.

Legen wir der nachfolgenden Untersuchung ein kartesianisches Koordinatensystem (Fig. 7) zu Grunde, wobei die Profilbreiten längs der Y-Achse, die Profilhöhen längs der X-Achse aufgetragen werden. f sei die variable Fläche, F die Fläche des Mittelwasserprofils, b die variable halbe Breite und B die halbe Breite des Mittelwasserprofils.

Die obige Bedingunsgleichung lautet dann:

1. $\frac{f}{\sqrt[4]{b^3}} = c$ oder $f = c \cdot \sqrt[4]{b^3}$.

Differenziert erhalten wir

2. $df = \frac{3}{4} \cdot \frac{c}{\sqrt[4]{b}} \cdot db$.

Ferner haben wir allgemein

3. $df = 2b \cdot dx$

und aus (2) und (3) wird: $2b\,dx = \frac{3}{4} \frac{c}{\sqrt[4]{b}} db$, woraus

4. $x = \int \frac{3}{8} \cdot \frac{c}{\sqrt[4]{b^5}} \cdot db = -\frac{3}{2} \cdot \frac{c}{\sqrt[4]{b}} + C$.

Dies ist die Gleichung der gesuchten Profilform, bezogen auf ein beliebiges Koordinatensystem. Aus der Form dieses Ausdruckes sehen wir, dass für $C = 0$ die Kurve ganz unterhalb der Y-Achse zu liegen kommt, dass dann für $y = 0$ der Wert von x minus unendlich und für einen Wert von $y = \infty$ der Wert von $x = 0$ wird.

In Figur 7 haben wir ein solches Gleichgewichts-Profil dargestellt für $F = 0{,}32$ und $B = 0{,}80$ und wir sehen, dass diese Form der Kurve ganz derjenigen von Lorenz entspricht, nur dass ihre Gleichung viel einfacher lautet.

Noch bequemer wird die Anwendung der Formel (4) für die bildliche Darstellung der Kurve, wenn wir den Mittelwasserspiegel zur Y-Achse machen. Es ist alsdann der gefundene Wert für $x = -\frac{3c}{\sqrt[4]{b}}$ noch um einen Betrag

$C = H$ zu vermindern, welcher der Tiefe des Mittelwasserspiegels unter der Y-Achse entspricht; d. h. es ist das neue

$$(5) \quad x = -\frac{3\,c}{2\sqrt[4]{b}} - H.$$

Aus (4) erhalten wir aber auch:

$$(6) \quad H = -\frac{3}{2}\,\frac{c}{\sqrt[4]{B}}$$

und aus (5) und (6) wird

$$(7) \quad x = \frac{3}{2}\,c\left(\frac{1}{\sqrt[4]{B}} - \frac{1}{\sqrt[4]{b}}\right),$$

mittelst welcher Formel wir nun sehr rasch mit Hülfe von $c = \frac{F}{\sqrt[4]{B^3}}$ die Kurve konstruieren können.

Wird $b = B$, so wird $x = 0$ und liegt hier der Schnittpunkt der Kurve mit der Y-Achse.

Für das weitere sei auf die Originalarbeit von Fr. Lorenz und auf zwei neuere, in genannter Zeitschrift, Dez. 1901 und März 1902, von Dr. M. v. Lorenz und Prof. Dr. O. Simony erschienene Aufsätze verwiesen.

Es sei mir hier aber gestattet, auch auf einen Nachteil dieses Systems, der zwar nur bei geschiebeführenden Gewässern in Betracht fällt, hinzuweisen.

Durch dasselbe wird bezweckt, dass die mittlere Geschwindigkeit und damit die Transportfähigkeit des Wassers konstant bleibe. Wird dieses Gleichgewicht wirklich erreicht, so will das sagen, dass bei allen Wasserständen stets das gleiche Material noch gerade fortgeschwemmt wird, wie bei dem angenommenen Nieder- oder Mittelwasserstande. Grösseres Material bleibt also in einem solchen Profile auch bei Hochwasser liegen. Im oberen Laufe einer nach diesem System ausgebauten Strecke muss sich daher der gröbere Schutt, welchen der oberhalb gelegene, unverbaute Flussteil oder dessen Nebenflüsse bringen, stauen. Jedenfalls ist dieser notwendigen Konsequenz bei Ausführung derartiger Korrektionen Rechnung zu tragen.

2. Berechnung des dem Wasserabflusse günstigsten Querprofils.

§ 42. Aus der Gleichung $v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}}\sqrt{FI}$ erhalten wir durch beidseitige Multiplikationen mit F: $\quad Q = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}}\sqrt{F^3 I}.$

Aus dieser Formel ist zu ersehen, dass unter allen gewöhnlichen viereckigen Wasserprofilen einer und derselben Querschnittsfläche die Rechtecksform die günstigste ist; denn je grösser in einem Trapez von konstanter

Querschnittfläche B gemacht wird, um so kleiner wird Q. Diese Form ist auch bezüglich des Kostenpunktes die vorteilhafteste, weil am wenigsten Seitenwand-Fläche erforderliche. Mit Rücksicht auf die Solidität der Konstruktion und auf die in voriger Aufgabe berührten Verhältnisse wird man aber trotzdem häufiger zu den trapezoiden Profilformen greifen.

Handelt es sich aber nur darum, einer konstant bleibenden Wassermenge einen möglichst raschen Abfluss zu verschaffen, so wird man das rechtwinklige Profil zu wählen haben, und für dieses berechnen sich die Dimensionen nach meiner Formel in sehr einfacher Weise.

Aus der letzten Formel erhalten wir für das rechtwinklige Gerinne auch die Gleichung:

$$Q = 2\,m\sqrt{t^3 I}\,B^{\frac{9}{8}},$$

woraus

$$B = \left(\frac{Q}{2\,m\,t\sqrt{tI}}\right)^{\frac{8}{9}} = \frac{\frac{Q}{2\,mt\sqrt{tI}}}{\sqrt[9]{\frac{Q}{2\,mt\sqrt{tI}}}},$$

wo t die Tiefe bedeutet.

Will man nun an benetztem (konstruktivem) Umfang sparen, so wird man den Kanal für eine gegebene sekundliche Wassermenge Q so einrichten, dass $B + t$ ein Minimum wird.

Setzen wir $y = B + t = \left(\frac{Q}{2\,mt\sqrt{tI}}\right)^{\frac{8}{9}} + t$ (siehe oben) und differenziert, so wird

$$dy = -\frac{4}{3}\,t^{-\frac{7}{3}}.\,dt.\left(\frac{Q}{2\,m\sqrt{I}}\right)^{\frac{8}{9}} + dt.$$

$B + t$ wird zum Minimum, wenn

$$\frac{dy}{dt} = 1 - \frac{4}{3\,t^{\frac{7}{3}}}\left(\frac{Q}{2\,m\sqrt{I}}\right)^{\frac{8}{9}} = 0,$$

woraus

$$t = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{7}}\left(\frac{Q}{2\,m\sqrt{I}}\right)^{\frac{8}{21}}$$

oder mit grösster Annäherung:

$$t = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{7}}\sqrt[5]{\left(\frac{Q}{2m\sqrt{I}}\right)^2} = 1{,}131\sqrt[5]{\left(\frac{Q}{2\,m\sqrt{I}}\right)^2} = 1{,}131\sqrt[5]{\left(\frac{Q}{2\,m}\right)^2\cdot\frac{1}{I}}.$$

Für einen Kanal mit dem Geschwindigkeitskoeffizienten $m = 38$, einer sekundlichen Wassermenge von 1 m³ und einem Gefälle von 0,005 wird t nach obiger Rechnung gleich 0,577 m und B, nach obigem Ausdruck

$$\frac{\frac{Q}{2\,mt\sqrt{tI}}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{\frac{Q}{2\,mt\sqrt{tI}}}}}$$ berechnet, gleich 0,467 m, die ganze Breite also gleich 0,934.

Welches im allgemeinen die günstigste Profilform bei gegebener Querschnittsfläche und Breite sei, geht unmittelbar aus folgender Überlegung hervor: $Q = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}}\sqrt{F^3 I}$ wird ein Maximum, wenn $\frac{\sqrt{F^3}}{\sqrt[8]{B^3}}$ ein Maximum wird, was geschieht, wenn $\frac{F}{\sqrt[4]{B}}$ ein solches ist.

Da nun $F = 2\,B\tau$, so ist

$$\frac{F}{\sqrt[4]{B}} = \frac{2\,B\tau}{\sqrt[4]{B}} = 2\,\tau\,.\sqrt[4]{B^3}$$

und diese Grösse wird bei gegebenem B zu einem Maximum, wenn τ, die mittlere Tiefe, zu einem Maximum wird, d. h. wenn der Querschnitt rechteckig wird.

Die letztere Profilform ist somit die für den Wasserabfluss günstigste.

3. Bestimmung des Durchflussprofils eines Kanals aus der sekundlichen Wassermenge und der Breite.

§ 43. Aus der Formel

$$v = \sqrt{k^3}\sqrt{\frac{FI}{B}}\,\sqrt[8]{B} = \frac{m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{FI}{B}}\,\sqrt[8]{B}$$

und

$$Q = v\,.\,F$$

finden wir leicht:

$$F = \sqrt[3]{\frac{2\sqrt[4]{B^3}\,.\,Q^2}{m^2 I}} = \sqrt[4]{B}\,.\,\sqrt[3]{\frac{2\,Q^2}{m^2 I}}$$

4. Ermittelung des Röhrenkalibers für ein gegebenes sekundliches Durchflussquantum und umgekehrt.

§ 44. Aus

$$v = \frac{k}{\sqrt[4]{R}}\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}$$

erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{k^3\pi}{2}}\,\sqrt{RI}\,.\,\sqrt[8]{R} = m_r\sqrt{RI}\,.\,\sqrt[8]{R}$$

und mit

$$Q = v \, . \, F = v \, . \, R^2 \pi$$

wird

$$Q = m_r \pi \, . \, R^{\frac{21}{8}} \, . \, \sqrt{I} = m_r \pi \, . \, R^{2,625} \, I^{\frac{1}{2}}.$$

Aus letzterer Gleichung ermitteln wir:

$$R = \left(\frac{Q}{m_r \pi \sqrt{I}} \right)^{\frac{8}{21}} = \left(\frac{Q}{m_r \pi \sqrt{I}} \right)^{0,381}$$

wo m_r folgende Werte besitzt:

Cement	63,5
Bretter	50,0
Gusseisen, neu geteert	48,9
„ schwach inkrustiert	41,8
„ stark „	21,9

Es erübrigt nun noch, einen Vergleich zwischen den Resultaten der verschiedenen gebräuchlichen und neuen Formeln von Darcy, Lueger und vom Verfasser anzustellen. Es wird dabei überall der Rauhigkeitsgrad gebrauchter Cementröhren, sorgfältig hergestellten Backstein- oder Quadermauerwerks oder gewöhnlicher Bretter vorausgesetzt.

D. h. es wird angenommen:

1. Nach Darcy's Formel: $v = \sqrt{\dfrac{RI}{0,000507 + \dfrac{0,00000647}{R}}}$

2. „ der Lueger'schen Formel: $v = 0,707 - \dfrac{100 \, . \sqrt{\frac{R}{2}}}{m + \sqrt{\frac{R}{2}}} \sqrt{RI}$, mit $m = 0,25$.

3. „ Christen: $v = m_r \sqrt{RI} \, . \, \sqrt[8]{R}$, mit $m_r = 50$.

I	Mittlere Geschwindigkeit bei einem Halbmesser von:								
	R = 0,02 nach			R = 0,10 nach			R = 0,50 nach		
	Darcy	Lueger	Christen	Darcy	Lueger	Christen	Darcy	Lueger	Christen
0,10000	1,55	0,90	1,37	4,18	3,33	3,75	9,80	10,55	10,24
0,02857	0,83	0,48	0,73	2,23	1,78	2,00	5,24	5,64	5,46
0,00667	0,40	0,23	0,35	1,08	0,86	0,97	2,56	2,72	2,65
0,00182	0,22	0,12	0,18	0,56	0,45	0,50	1,32	1,42	1,35

Die Resultate meiner Formel als die richtigen angenommen, sehen wir, dass die Darcy'sche Formel sich im allgemeinen recht gut an die Wirklichkeit anschliesst; höchstens gibt sie bei kleinen Durchmessern etwas zu grosse, bei grossen Durchmessern etwas zu kleine Resultate.

Die Lueger'sche Formel gibt für kleine Durchmesser viel zu niedrige Resultate, für grössere Röhren dagegen ist sie ziemlich genau, eher etwas zu hoch.

Die letztere entspricht der Vorsicht, besser etwas zu grosse Röhren zu nehmen, als zu kleine, bei kleinen Röhren in zu weitgehender Weise, da es bei schwankendem Wasserstande in der Brunnstube nicht ratsam ist, so grosse Kaliber zu nehmen, dass die Drucklinie unter Umständen unter das Reservoir sinkt. In diesem Falle wird bekanntlich Luft eingeführt und damit die Verkrustung gefördert.

5. Bestimmung der in einem fliessenden Gewässer angesammelten lebendigen Kraft.

§ 45. Die einem fliessenden Gewässer innewohnende lebendige Arbeit lässt sich auf zwei Arten betrachten: Einmal, indem man sagt, in einem Laufmeter Wasser stecken so und so viel Kilogrammometer; ein anderes Mal, indem man sich fragt: Wie viel lebendige Arbeit befindet sich in einem bestimmten Querschnitt während einer Sekunde? Bezeichnen wir die erstere mit L_1, die zweite mit L_2. Für jeden dieser Fälle kann man die lebendige Kraft wieder auf zwei Arten berechnen, einmal nach dem Ausdruck $L = F \cdot \frac{v^2}{2g}$, ein andermal nach der Formel $L = \int df \cdot \frac{u^2}{2g}$, wo df ein Flächenelement des Querschnitts und u die in diesem herrschende Translationsgeschwindigkeit bedeutet.

Untersuchen wir diese Verhältnisse vorerst im kreisförmigen Rohr, und zwar für die krummläufige Bewegung:

Hier haben wir für die lebendige Kraft per Laufmeter:

$$L_1 = R^2\pi \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{R^2\pi \cdot m_r^2 RI \cdot \sqrt[4]{R}}{2g} = \frac{3{,}1416\, m_r^2\, R^{1\frac{3}{4}}\, I}{2g}$$

nach der einfachen Berechnungsweise und

$$L_1 = \int_0^R 2h\pi \cdot dh \cdot \frac{u^2}{2g} = \frac{2h\pi}{2g} \cdot dh \cdot 1{,}195\, m_r^2\, RI \cdot \sqrt[8]{h} = \frac{3{,}189\, m_r^2\, R^{1\frac{3}{4}}}{2g}$$

nach der 2. Methode berechnet.

Das Verhältnis beider ist $= \frac{3{,}189}{3{,}142} = 1{,}016$, während nach der Darcy-schen Formel dieses Verhältnis gleich ist 1,020.

Die lebendige Kraft, welche in jeder Sekunde einen gegebenen Querschnitt durcheilt, berechnet sich zu

$$L_2 = F v . \frac{v^2}{2g} = \frac{(m\sqrt{I} . R)^3 \pi . R^{\frac{7}{8}}}{2g}$$

und zu

$$L_2 = \int_0^R \frac{2 r \pi . dr}{2g} u^3 = \frac{64 (1{,}195 \, m \, R \sqrt{I})^3 . \pi . R^{\frac{7}{8}}}{104{,}5 . 2g}$$

Das Verhältnis dieser beiden ist gleich 1,045, nach Darcy = 1,033.

Für die geradläufige Bewegung dagegen haben wir für

$$L_1 = R^2 \pi . \frac{v^2}{2g} = \frac{R^2 \pi}{2g} . k^2 I^2 . R^4 = \frac{k^2 \pi I^2 R^6}{2g}$$

und

$$L_1 = \int_0^R 2 r \pi . dr . \frac{u^2}{2g} = \int_0^R 2 r \pi . dr . \frac{k^2 I^2 R^4}{2g} = \frac{k^2 \pi I^2 R^6}{2g} .$$

Hier ergeben also beide Berechnungsweisen dasselbe Resultat.

In einem Kanal oder Flusse können wir die lebendige Kraft nur nach einer Weise berechnen, weil wir hier das Gesetz der Einzelgeschwindigkeiten nicht kennen.

Die angesammelte Arbeit per Laufmeter ist gleich

$$L_1 = 2BH . \frac{m^2 HI . \sqrt[4]{B}}{2g} = \frac{m^2}{g} H^2 I . \sqrt[4]{B^5}$$

oder auch

$$L_1 = 2BH . \frac{k^2}{\sqrt{B}} \sqrt[3]{(QI)^2} = 2k^2 . H \sqrt{B} \sqrt[3]{(QI)^2} .$$

Die in jeder Sekunde eine bestimmte Stelle passierende lebendige Kraft ist dagegen:

$$L_2 = Q . \frac{v^2}{2g} = \frac{Q}{2g} . \frac{k^2}{\sqrt{B}} . \sqrt[3]{(QI)^2} = \frac{k^2}{2g\sqrt{B}} . \sqrt[3]{Q^5 I^2} .$$

Diese letztere lebendige Arbeit ist demnach dem Ausdruck $Q^{\frac{5}{3}}$, d. h. fast dem Quadrat der sekundlichen Wassermenge proportional. Es sind somit schon ganz geringe Zu- oder Abnahmen der letzteren von grösster Bedeutung für die zerstörende Kraft, z. B. eines Wildwassers.

6. Ermittelung des Geschwindigkeitskoeffizienten in einem künstlichen Kanale von verschiedener Rauheit der Sohle und der Wandungen.

§ 46. Wenn wir uns die Wirkung der Seitenwandungen auf die Bewegung der Wirbelringe gemäss der in § 40 niedergelegten Auffassung vergegenwärtigen, so sehen wir, dass im grossen und ganzen der Einfluss der verschiedenen Stellen des benetzten Umfanges sich von ihnen aus in der Richtung gegen den Ort des Geschwindigkeitsmaximums zu erstreckt, welcher für die gewöhnlichen Fälle der Praxis als an der Oberfläche sich befindend angenommen werden kann. Betrachten wir z. B. ein Trapez und verbinden dessen untere Ecken mit dem Mittelpunkte des Wasserspiegels, so steht die ganze Wassermasse zwischen diesen Verbindungsgeraden und der Sohle, mit dem Flächeninhalte Fs unter der Wirkung der Sohle und die übrigen, oberhalb derselben gelegenen Teile mit dem Flächeninhalte Fw unter demjenigen der Seitenwände. Bezeichnen wir den Geschwindigkeitskoeffizienten der Sohle mit m_s, denjenigen der Seitenwände mit m_w, so wäre der mittlere Geschwindigkeitskoeffizient nach dieser Anschauungsweise:

$$m_m = \frac{Fs\, m_s + Fw\, m_w}{Fs + Fw} = \frac{b\, H\, m_s + B\, H \,.\, m_w}{H\,(b + B)} = \frac{b\, m_s + B\, m_w}{b + B}$$

Für das Rechteck wird $m = \frac{m_s + m_w}{2}$.

Der Koeffizient m_w für die Seitenwandung kann direkt den betr. Tabellen entnommen werden; m_s muss dagegen, wenn die Sohle aus Geschieben besteht, geschätzt oder nach der Formel $m = \frac{6{,}307}{\sqrt[6]{\tau I}}$ berechnet werden.

1. Beispiel: Speyerbach, Grebenau.

$B = 2{,}395\,m$; $F = 2{,}80\,m^2$; $\tau = \frac{2{,}80}{4{,}79} = 0{,}584\,m$; $I = 0{,}0002667$.

Sohle: Erde.
Seitenwände: Quadern.
Profil: Rechteck.

Den Tabellen entnehmen wir folgende Koeffizienten:

k_s: 7,27.
k_n: 11,63.
Mittel aus beiden: 9,45.

Grebenau's Messung ergab $k = 9{,}23$, gewiss eine sehr schöne Übereinstimmung.

Wollte man den Anteil, den jeder Rauhigkeitsgrad an dem benetzten Umfang p hat, der Rechnung zu Grunde legen, so erhielt man für

p-Sohle = 4,790 m; p-Wand = 1,168 m.

Der Durchschnittskoeffizient wäre dann gleich $\frac{4,790 \,.\, 7,27 + 1,168 \,.\, 11,63}{5,958}$ $= 8,12$.

Man erhält also auf diese Weise ein zu niedriges Resultat.

2. Beispiel: Simmenkanal bei Zweisimmen. (Korrektion am Galgenbühl 1891/92).

$b = 7,00$; $B = 9,00$; $I = 0,00729$; $H = 2,0$.

Profilform: Trapez mit 1-füssiger Böschung.

Seitenwände: Bruchsteinmauerwerk.

Sohle: Geschiebe.

$m_w = 34,5$.

$m_s = \frac{6,307}{\sqrt{1,778 \,.\, 0,00729}} = 13,01$, anhaltendes Hochwasser vorausgesetzt.

Mittleres $m = \frac{7,00 \,.\, 13,01 + 9,00 \,.\, 34,5}{7 + 9} = 25,10$ oder rund $= 25$.

Damit wird

$$v = 25 \sqrt{rI} \,.\, \sqrt[8]{B} = 25 \sqrt{0,01296} \,.\, \sqrt[8]{9} = 3,746$$

und

$$Q = 16 \,.\, 2 \,.\, 3,746 = 119,87 \text{ m}^3.$$

Die amtliche Berechnung hatte Q zu 150 m³ vorgesehen.

Nach dem benetzten Umfang berechnet, kämen wir hier auf den Koeffizienten $m = \frac{7,00 \,.\, 13,01 + \sqrt{2^2 + (9 - 7)^2} \,.\, 34,5}{9,83} = 19,19$.

Wir erhalten somit auch hier nach letzterer Methode ein ungünstigeres Resultat.

3. Beispiel: Wasserwerkkanal bei Hochfelden. (Eidg. hydrometrisches Bureau 1894).

Trapez mit $B = 3,24$ und $b = 2,57$; $r = 0,3281$; $I = 0,000933$; $v = 0,819$:

$$m = \frac{v}{\sqrt{rI} \,.\, \sqrt[8]{B}} = \frac{0,819}{0,01748 \,.\, 1,158} = 40,43.$$

Sohle: Feiner Kies, mit m zu 42,5 angenommen.

Wandung: Bruchsteinmauerwerk, mit $m = 35,0$ veranschlagt.

Mittleres $m = \frac{2,57 \,.\, 42,5 + 3,24 \,.\, 35,0}{5,81} = 38,30$ statt wie oben 40,43,

also ebenfalls eine sehr schöne Übereinstimmung.

4. Beispiel: Aarekanal bei Interlaken. (Eidg. hydr. Bureau 1902).

Trapez mit $B = [illegible]$ und $b = 17,63$; $r = 1,075$; $I = 0,001982$; $v = 1,567$:

$$m = \frac{1,567}{\sqrt{1,075 \,.\, 0,001982} \,.\, 1,448} = 23,43.$$

Sohle: Mittlerer Kies; Wandungen: Steinwurf von ca. 50—70 cm Blockgrösse.

m_s wird zu 30, m_w zu 13 veranschlagt.

Mittleres $m = \frac{17.65.30 + 19.34.13}{36,99} = 21,10$.

5. Beispiel: Oberwasserkanal der Turbinenanlage in Thun. 1901.

$B = 2,245$; $b = 1,50$; $\tau = 2,23$; $I = 0,0000162$; $v = 0,286$; $m = \frac{0,286}{\sqrt{2,23 . 0,0000162} . 1,106} = 43,23$.

Sohle: Cement, $m = 60$.

Wandungen: Bestochenes Bruchsteinmauerwerk, $m = 39$.

Mittleres $m = \frac{2,245 . 39 + 1,50 . 60}{3,745} = 47,42$.

6. Beispiel: Reuss, Luzern. 1900.

Rechteck $B = 30,44$; $\tau = 1,63$; $I = 0,000064$; $v = 0,665$;

$$m = \frac{0,665}{\sqrt{1,63 . 0,000064} . 1,545} = 42,08.$$

Sohle: Kleiner Kies, $m_s = 30$.

Wandung: Glatte, senkrechte Mauer: $m_w = 56$.

Mittleres $m = \frac{30 + 56}{2} = 43,00$.

7. Beispiel: Rhone, Porte du Scex. 1899.

$B = 33,35$; $b = 27,90$; $\tau = 2,23$; $I = 0,0008352$; $v = 1,907$.

Seitenwandung: Pflaster, $m = 35$.

Sohle: Kies, $m = \frac{6,307}{\sqrt[4]{\tau I}} = 18,06$.

Mittleres m berechnet zu $\frac{33,35 . 35 + 27,90 . 18,06}{33,35 + 27,90} = 27,27$.

Gefunden: $m = \frac{1,907}{\sqrt{2,23 . 0,0008352} . 1,550} = 28,50$.

Meist ist das Profil kein eigentliches Trapez, sondern es steht die Sohlenmitte tiefer als die Sohle an den Ufern. Bezeichnet man die Maximaltiefe mit T, die Tiefe des eigentlichen Trapezes zwischen den Seitenwänden mit t, so ist $m_m = \frac{Bt\, m_w + bT\, m_s}{Bt + bT}$.

7. Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit in Röhren mit nur einer Symmetrie-Achse.

§ 47. Wir haben in §§ 10, 15 und 24 gesehen, dass sowohl im kreisförmigen, wie im rechtwinkligen Röhrenprofil die mittlere Geschwindigkeit

dieselbe ist, ob wir das Gerinne bei dem gegebenen Gefälle voll unter Druck oder nur halbgefüllt laufen lassen; dabei wird als selbstverständlich angenommen, dass in letzterem Falle das Gefälle des Kanals genau der Drucklinie des Rohres folge.

Trifft dies für solche Profile zu, so darf angenommen werden, dass es auch für alle übrigen zur Trennungs-Ebene der beiden Halbröhren symmetrisch stehenden Profile zutreffe.

Nehmen wir z. B. die Ellipse und ziehen durch sie die längere der beiden Symmetrie-Achsen, so können wir dieses Profil auffassen als zwei auf- oder aneinander liegende Kanäle, mit dieser Symmetrie-Achse 2 B als Wasser-Oberfläche und es ist dann: mittlere Geschwindigkeit $v = m \sqrt{\tau I} \cdot \sqrt[8]{B}$, oder da $\tau = \frac{F}{2B} = \frac{\pi . H . B}{4 B} = \pi . \frac{H}{4}$, so wird $v = m \sqrt{\frac{H I . \pi}{4}} \sqrt[8]{B}$, wo H die kleinere Halb-Achse bedeutet. Daraus wird

$$Q = \frac{m}{2} \sqrt{\pi^3 H^3 I} \, B . \sqrt[8]{B}.$$

Bei den rechtwinkligen Röhren (§ 15) haben wir nämlich gesehen, dass wir immer für B die grössere Halbachse zu nehmen haben. Mit dieser Vorsicht können wir die Fundamentalformel

$$v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{\frac{QI}{2}}$$

für alle Röhren mit zwei Symmetrie-Achsen als genau empfehlen. Versuche würden dies sicher bestätigen.

Wie verhält es sich nun mit den Röhren von nur **einer** Symmetrie-Achse, wie z. B. die Eiform?

Da wir im rechtwinkligen Kanal die Formel

$$v = \frac{k}{\sqrt[4]{B^3}} \sqrt[3]{QI} = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{FI}$$

bis zur Höhe H = 2 B als genau gefunden (§ 16), so werden wir in einer eiförmigen Röhre bis zu Kämpferhöhe sie auch anwenden dürfen. Darüber hinaus bis zum Volllaufen der Röhren fehlen uns sichere Anhaltspunkte; wir werden aber auch hier vorsichtshalber keine höhere mittlere Geschwindigkeit, als die bei Kämpferhöhe herrschende, anwenden.

Läuft die Röhre dagegen voll, so ist unter Anwendung von $\frac{Q}{2}$ statt Q die grössere Achse als 2 B anzunehmen und heisst dann die Formel für die Geschwindigkeit wieder:

$$v = m \sqrt{\tau I} . \sqrt[8]{B} = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{FI}.$$

Auch der in der Praxis zwar nicht vorkommende Spezialfall, wo die Symmetrie-Achse die kürzere ist, liesse sich mittelst obiger Formeln berechnen.

VIII. Abschnitt.

Zusammenstellung der für die Praxis des Technikers wichtigsten Formeln und Koeffizienten.

1. Allgemeine Formeln und Koeffizienten.

§ 48. Ganz allgemeine Gültigkeit haben die Fundamentalformeln:

$$(1)\quad v = \frac{k}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[3]{QI}$$

$$(2)\quad v = \frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt[8]{B^3}} \sqrt{FI} = \sqrt{k^3} \sqrt{\frac{FI}{B}} \sqrt[8]{B}$$

sofern man bei volllaufenden Röhren statt Q dessen Hälfte einsetzt und ferner bei der Anwendung von B die im vorigen Paragraphen empfohlenen Vorsichtsmassregeln beobachtet.

Ebenso allgemein gilt die abgeleitete Form:

$$(3)\quad v = \sqrt{2k^3} \sqrt{\tau I} \sqrt[8]{B},$$

worin wir der Kürze halber $\sqrt{2k^3} = m$ gesetzt haben.

Aus 3. erhalten wir durch Multiplikation mit F:

$$(4)\quad Q = 2\,m\,B \sqrt{\tau^3 I} \sqrt[8]{B}.$$

Die Koeffizienten k und m sind nachstehender Tabelle zu entnehmen. Wo an einem und demselben Profile verschiedene Rauhigkeitsgrade vorkommen, ist gemäss § 46 zu verfahren.

Für Gewässer mit Geschiebe ist der Rauhigkeitsgrad zu ermitteln nach der Formel

$$(5)\quad m = \frac{6{,}31}{\sqrt[6]{\tau I}}.$$

Zu prüfen wäre ausserdem die Formel $m = \frac{10}{\sqrt[3]{D}}$ oder $D = \frac{1000}{m^3} = 4\sqrt{\tau I}$, wo D den kleinsten Durchmesser der grössten noch in Mehrzahl vorhandenen Geschiebestücke bedeutet. Bei den Messungen, welche mit der Gleichgewichtsformel gut stimmen, zeigen die beiden letzteren Berechnungsarten eine bemerkenswerte Übereinstimmung ihrer gegenseitigen Resultate.

	Rauhigkeitsgrad	k	$m = \sqrt{2k^3}$
1.	Cement	13,7	71,7
2.	Bretter, fein behobelt	12,4	61,7
3.	„ gewöhnlich behobelt, in Längsrichtung	11,7	56,6
4.	„ nicht behobelt, quer gerichtet	10,5	48,1
5.	Holz, zerfasert (Holzdeichel, gebohrt)	7,8	30,2
6.	Quadern	11,6	56,1
7.	Backstein	11,0	51,7
8.	Bruchstein, bestochen	9,2	39,3
9.	„ rauh	8,5	34,5
10.	Kies von 1—2 cm	9,6	42,1
11.	„ „ 3—4 cm	7,6	29,8
12.	Packleinwand	7,7	30,3
13.	Messingröhren, nach Weisbach	16,3	93,0
14.	Zinkblechröhren „ „	15,2	83,9
15.	Weissblechröhren „ „	13,4	69,4
16.	Galvanisiertes Rohr	13,6	70,9
17.	Gusseisen, neu, ungeteert, Darcy	12,7	64,6
18.	„ „ geteert, Iben etc.	11,5	55,2
19.	„ alt, gereinigt, Darcy	12,0	58,5
20.	„ „ mit Depot, Darcy	9,8	43,1
21.	„ schwach inkrustiert, mit schwacher Knollenbildung, Iben etc.	10,4	47,4
22.	„ stark inkrust. (Hamburger Versuche)	6,7	24,6
23.	Erde, fast kräuterlos	7,3	27,7
24.	„ mit viel Kräutern	5,9	20,1
25.	Steinige Erde, wenig Kräuter	6,6	24,1
26.	Geschiebe von Faustgrösse	5,5	18,2
27.	„ „ Faust- bis Kopfgrösse	5,0	15,6
28.	Grobe Steine	4,0	11,3

Es wäre nun gewiss sehr erwünscht, eine Beziehung zwischen den Ganguillet-Kutter'schen n und meinen Koeffizienten m zu besitzen, mittelst welcher die einen leicht in die anderen umgewandelt werden könnten. Da aber diese Koeffizienten n und m von ganz verschiedenen Funktionen abhangen, so muss diese Beziehung je nach den gegebenen Profil- und Gefälls-Verhältnissen etwas schwanken. Indessen gibt die einfache Formel $m = \frac{1}{1,5\,n}$ diese Relation mit einer Annäherung von mindestens etwa 12 %.

So berechnet sich m

für Cement . . . . zu $\frac{1}{1{,}5 . 0{,}01053} = 63{,}20$ statt zu 71,7; Differenz — 12 %

„ gew. Bretter . . . . „ $\frac{1}{1{,}5 . 0{,}0120} = 55{,}52$ statt zu 55,2; Differenz + 1,5 %

„ Kies von 3—4 cm . . . . . . „ $\frac{1}{1{,}5 . 0{,}0206} = 32{,}33$ statt zu 29,8; Differenz + 8 %

„ Kies von Faust- bis Kopfgrösse (Kander bei Spiezwyler) „ $\frac{1}{1{,}5 . 0{,}0406} = 16{,}40$ statt zu 14,9; Differenz + 10 %.

2. Spezialformeln.

§ 49. Für Gewässer mit Geschieben empfiehlt sich meine Gleichgewichtsformel:

$$(6)\quad v = 6{,}31 \sqrt[3]{\tau I}\ \sqrt[3]{B}.$$

Diese ist in allen denjenigen Fällen zu empfehlen, wo sich die Rauheit des Bachbettes dem jeweiligen Wasserstande hat anpassen können. (S. näheres darüber in § 19.)

§ 50. Für kreisrunde Röhren und halbkreisförmige Kanäle gelten:

$$(7)\quad v = \frac{k}{\sqrt[4]{R}} \sqrt[3]{\frac{QI}{2}}$$

$$(8)\quad v = \sqrt{\frac{k^3 \pi}{2}}\ \sqrt{RI}\ \sqrt[8]{R} = m_r \sqrt{RI} . \sqrt[8]{R}.$$

Hier ist

$$(9)\quad m_r = \sqrt{\frac{k^3 \pi}{2}} = 0{,}8862\ m.$$

Aus (8) wird:

$$(10)\quad Q = m_r\, R^{2\frac{1}{8}}\, \pi \sqrt{I} \doteq m_r\, R^{2{,}624}\, \pi \sqrt{I}.$$

und

$$(11)\quad R = \left(\frac{Q}{m_r \pi \sqrt{I}}\right)^{\frac{8}{21}} = \left(\frac{Q}{m_r \pi . \sqrt{I}}\right)^{0{,}381}$$

wo m_r folgende Werte besitzt:

	Rauhigkeitsgrad:	m_r
1.	Cement	63,5
2.	Bretter, fein behobelt	54,7
3.	„ gewöhnlich behobelt, in Längsrichtung .	50,2
4.	„ nicht behobelt, quer gestellt	42,6

	Rauhigkeitsgrad	m_r
5.	Holzdeichel	26,7
6.	Quadern	49,7
7.	Backstein	45,8
8.	Bruchstein, bestochen	34,8
9.	„ rauh	30,6
10.	Packleinwand (Schläuche)	26,8
11.	Messingröhren, nach Weisbach	82,4
12.	Zinkblechröhren „ „	74,4
13.	Weissblechröhren „ „	61,5
14.	Galvanisiertes Rohr	62,8
15.	Gusseisen, neu, ungeteert, Darcy	57,2
16.	„ „ geteert, Iben	48,9
17.	„ alt, gereinigt, Darcy	51,8
18.	„ „ mit Depot „	38,5
19.	„ schwach inkrustiert, mit schwacher Knollenbildung	42,0
20.	„ stark inkrustiert	21,8

3. Formeln für die Einzelgeschwindigkeiten.

§ 51. In der kreisförmigen Röhre und dem glatten, halbkreisförmigen Kanal gilt:

$$(12) \quad u = 1{,}195\, m \sqrt{RI} \,.\, \sqrt[8]{h}.$$

Für die Hauptachse rechtwinkliger Röhren haben wir gefunden:

$$(13) \quad u = 1{,}120\, m \,.\, \frac{\sqrt{HI}}{\sqrt[4]{B}} \sqrt[8]{bh}.$$

Im Stromstrich rechtwinkliger Kanäle ist die Gleichung der Vertikal-Geschwindigkeitskurven

$$(14) \quad u = c \sqrt[8]{\frac{h}{H}} = \frac{c}{v}\, m \sqrt{\tau I} \,.\, \sqrt[8]{B \,.\, \frac{h}{H}} = \frac{\sqrt{2} \,.\, \sqrt[4]{k^5}}{0{,}4354} \sqrt{\tau I} \,.\, \sqrt[8]{B \frac{h}{H}} =$$

$$\left(\frac{c}{v}\right) . \, v \,.\, \sqrt[8]{\frac{h}{H}}$$

4. Umformung der Koeffizienten für die verschiedenen Landesmasse.

§ 52. In § 25 haben wir nachgewiesen, dass $\frac{1}{n^2}$ und $\frac{1}{m^2}$ die Dimension $gr\, cm^{-\frac{1}{3}}$ haben. Die Koeffizienten m und n besitzen somit in der Gleichung $m = \frac{v}{\sqrt{\tau I_1} \sqrt[8]{B}}$ die Dimension $m^{-\frac{1}{2}}\, l^{\frac{1}{3}}$, sofern man unter I_1 die Grösse $\frac{H \,.\, \gamma}{L}$

versteht. Benennt man aber, wie es von Seite der Techniker ganz allgemein geschieht, mit I einfach das Verhältniss $\frac{H}{L}$, so wird

$$m = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\,\sqrt[8]{B}} = \frac{v}{\sqrt{\tau \cdot \frac{l_1}{\gamma}\,\sqrt[8]{B}}},$$

welches nun die Dimension $cm^{\frac{3}{8}}\,t^{-1}$ besitzt.

Wir können nun mit Leichtigkeit die Grösse m für verschiedene Landesmasse bestimmen. Für den englischen oder russischen Fuss haben wir z. B. da 1 Meter = 3,281′: $\quad m_{neu} = 3{,}281^{\frac{3}{8}} \cdot m = 1{,}5614 \cdot m.$

Literatur-Nachweis.

Laufende Nummer	Jahr der Publikation	Bezeichnung der Quelle
		I. Älteste Literatur, bis zu den Arbeiten von Darcy, Bazin und Poiseuille (ca. 1855).
1	ca. 1753	Brahms, Anfangsgründe der Deich- und Wasserbaukunst, Aurich.
2	1779—1786	Dubuat, Principes d'Hydraulique et de Pyrodynamique, Paris. (Neue Auflage 1816.)
3	1790	Woltmann, Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels, Hamburg.
4	1800	Coulomb, Expériences destinées à déterminer la coésion des fluides, etc.
		Coulomb, Mémoires de l'Institut national III, pag. 246.
5	1804	De Prony, Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes.
6	1813—1816	Girard, Mouvement des fluides dans les tubes capillaires; mémoires de l'Institut.
7	1808	Funk, Beiträge zur allgemeinen Wasserbaukunst, Lango.
7a	1820	Funk, Versuch einer auf Theorie und Erfahrung gegründeten Darstellung der wichtigsten Lehren der Hydrotechnik.
8	1832	Gerstner, Handbuch der Mechanik, Prag.
9	1834	D'Aubuisson, Traité d'Hydraulique.
10	1835	Krayenhoff, Recueil des observations hydrauliques et topographiques, faites in Hollande (S. darüber v. Horn, Wochenschrift des öster. Ing.- und Arch.-Vereins 1886).
11	1835	Destrem, Memoire sur divers objets relatifs à la science de l'ingénieur, Pétersbourg.
12	1823—1842	Eytelwein, Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, Leipzig.
13	1814—1815	Eytelwein, Untersuchungen über die Bewegung des Wassers. Memoiren der Berliner Akademie.
14	1851	De Saint-Venant, Formules et Tables nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes. Paris.
	1853	Ellet, on the Mississippi and Ohio River. Philadelphia.
	[illegible]54	Boileau, De la mesure des eaux courantes. Paris.

Laufende Nummer	Jahr der Publikation	Bezeichnung der Quelle
17	1848—1865	Dupuit, Etude théorique et pratique sur le mouvement des eaux courantes, Paris.
18	1798	Brünings, Abhandlung über die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers, Frankfurt.
		II. Neuere Literatur mehr technisch-praktischen Inhaltes.
		1. Allgemeines.
19	1862	Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 4. Auflage, Braunschweig.
20	1841	Hagen, Handbuch der Wasserbaukunst, Königsberg.
21	1854	Hagen, Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften, zu Berlin.
22	1869	Hagen, Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften, zu Berlin.
22a	1868	Hagen, Über die Bewegung des Wassers in Strömen, Berlin.
23	1885	Ritter, Sur quelques changements dans la disposition et les procédés de tarage des Instruments de Jaugeage. Annales des Ponts et Chaussées.
		2. Über Kanäle und Flüsse.
24	1865	Darcy und Bazin, Recherches hydrauliques, Paris.
25	1861	Humphrey's und Abbot, Report upon the Physics and Hydraulics of the Mississippi-River, Philadelphia.
26	1867	Grebenau, Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen. München 1867.
27	1869	Ganguillet und Kutter, Versuch zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen (Zeitschrift des öster. Ing.- und Arch.-Vereins, und Bern 1877).
28	1872	Harlacher, Bestimmung der Wassermenge von Flüssen und Wassermessungen im Elbstrom an der böhmisch-sächsischen Grenze, Prag.
29	1881	Harlacher, Die Messungen an der Elbe und Donau und die hydrometrischen Apparate und Methoden des Verfassers, Leipzig.
30	1883	Harlacher, Die hydrometrischen Arbeiten an der Elbe bei Tetschen, Prag.
31	1873	Harlacher, Beiträge zur Hydrographie des Königreichs Böhmen, Prag.
32	1875	Bazin, Discussion des expériences les plus récentes sur la distribution des vitesses dans un courant. Annales des Ponts et Chaussées.
33	1884	Bazin, Notice sur l'emploi des doubles flotteurs, Paris.
34	1897	Bazin, Annales des Ponts et Chaussées.
35	1883	Lavale und Rapp, Unsere natürlichen Wasserläufe, Weilheim 1883.
36	1883	Ftely und Stearns, Description of some experiments on the flow of water. Transactions Am. Engld. Bd. 12.
37	1892	Kresnik, Technische Vorträge und Abhandlungen, Heft XVII, Wien.
38	1892	Schlichting, Binnengewässer, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, III. Band, Leipzig.
39	1886	Bérard, Note sur la Marche des flotteurs dans les courants, Annales Ponts et Chaussées.

Laufende Nummer	Jahr der Publikation	Bezeichnung der Quelle
40	1886	Ritter, Méthode et Procédé de Jaugeage rapide et approximatif des crues (Annales P. et Ch.).
41	1882—1883	Schrader, Messungen an der Elbe bei Altengamm, Wochenblatt f. Baukunde, 37, Berlin.
42	1886	v. Horn, Wassermessungen in Holland, Wochenschr. d. öster. Ing.- und Arch.-Vereins.
43	1879	Plenkner, Über die Bewegung des Wassers in natürlichen Wasserläufen, Leipzig.
44	1881	v. Wagner, Hydrologische Untersuchungen, Braunschweig.
45	1878	Harder, Die Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen, Hamburg.
46	1875	Cunningham, Hydraulic Experiments at Roorkee (Professional papers of Indian Engineering, Roorkee 1875.
47	1882	Nazzani, Misure di velocità nel Tevere, Roma.
48	1882	Nazzani, Scala di velocità nel Tevere, Roma.
49	1869	Bornemann, Die Gaukler'sche Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen. Civilingenieur.
50	1898	F. K. Meythaler, Berechnung der Abflussmengen in Flüssen (Centralblatt der Bauverwaltung).
51	1901	F. K. Meythaler, Beitrag zur Theorie der Bewegung des Wassers in geschiebeführenden Rinnen (Schweiz. Bauzeitung 1901, Juli.)
52	1901, Okt.	Fr. Lorenz, Über die Entwickelung der zweckmässigsten Querprofilsform von Wasserläufen (Centralbl. f. d. gesamte Forstwesen).
53	1901, Dez.	Dr. M. v. Lorenz, Zur Ermittelung der zweckmässigsten Querprofilsform von Wasserläufen. (Centralbl. f. d. gesamte Forstwesen).
	1902, März	Prof. Dr. O. Simonj, Über Kurven mit konstantem hydraul. Radius. (Centralbl. f. d. gesamte Forstwesen).
54	1872	Breadmore, Manual of Hydrology (Shelford, Blackwell).
55	1900	C. K. Aird, Über den Begriff eines hydraulischen Moments der Kanalquerschnitte (Zeitschrift für Arch.- und Ing.-Wesen, Hannover 1900).
56	1901	R. Siedek, Studie über eine neue Formel zur Ermittelung der Geschwindigkeit des Wassers in Flüssen und Strömen, Wien.
56a	1889	Wochenschrift des öster. Ing.- und Arch.-Vereins.
		3. Über Röhren.
57	1856	Darcy, Fontaines publiques de la ville de Dijon.
58	1857	Darcy, Recherches expérimentales relatives au Mouvement de l'eau dans les tuyaux, Paris.
59	1859 u. 1863	Weisbach, Ausflussversuche unter hohem Druck, Civilingenieur.
60	1855	Weisbach, Ausflussversuche unter hohem Druck, Civilingenieur.
61	1867	Levy, Theorie d'un canal à filets rectilignes et parallèles de forme transversale quelconque. Annales des Ponts et Chaussées Paris.
62	1872	Lampe, Allgemeine Bemerkungen über die Bewegung des Wassers in Röhren. Separatabdruck aus den Schriften der naturforschenden Gesellschaft, Danzig.
63	1880	Jben, O., Druckhöhenverlust in geschlossenen, eisernen Rohrleitungen, Hamburg.

Laufende Nummer	Jahr der Publikation	Bezeichnung der Quelle
64	1877	Fanning, Treatise on water supply engineering, New York.
65	1876	Humber, Water supply of cities and towns, London.
66	1881	Frank, Die Formeln über die Bewegung des Wassers in Röhren. Civilingenieur.
67	1886	Frank, Über Berechnung der Kanäle und Rohrleitungen, München.
68	1890	Lueger, O., Wasserversorgung der Städte, I. Heft, Darmstadt.
69	1869	Gaukler, Du mouvement de l'eau dans les conduites. (Annales des Ponts et Chaussées 1868. Civilingenieur 1868. Deutsche Bauzeitung 1869).
70	1884	Hamilton Smith, Über den Leitungswiderstand von Röhren, nach Wahage, Dinglers's polyt. Journal.
71	1839	Hagen, Über die Bewegung des Wassers in engen, cylindrischen Röhren, Poggendorfer Annalen XXXXVI.
72	1898	Heinrich Adolf, Erfahrungen bei Projektierung und Betrieb von Wasserleitungen. (Zeitschrift des öster. Ing.- und Arch.-Vereins.)
72a	1888	Hennessy, Proceed. R. Soc. 45, pag. 145.
		III. Neuere Literatur theoretischen Inhaltes.
73	1879	Thomson, J. Proceedings of the Royal Society of London Vol. XXVIII.
74	1883	Möller, M. Studien über die Bewegung des Wassers in Flüssen mit Bezugnahme auf die Ausbildung des Flussprofils. (Zeitschrift f. Bauwesen, von L. v. Tiedemann, Berlin.
75	1890	Möller M., Über Wasserbewegung im Strome und Gestaltung der Flusssohle. (Zeitschr. d. Arch.- und Ing.-Vereins Hannover.)
76	1894	Penk, Morphologie der Erdoberfläche, Stuttgart.
76a	1899	Günther Siegmund, Handbuch der Geophysik.
77	1882	v. Helmholtz, wissenschaftliche Abhandlungen, Leipzig, I. Band und Wiener Sitz.-Berichte Bd. 50, pag. 107, 1860.
78	1883	Reynolds, O., Motion of water, Nature, Proceedings Royal Society.
79	1884	Reynolds, O., The two manners of motion, Nature.
80	1883	Reynolds, O., Osborne, An experimental investigation of the Circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous. Philosoph. Transactions of the Royal Society of London.
81	1846	Poiseuille, Mémoires des Savants étrangers. Compt. rend. Bd. 15; 1842; Poggendorfer Annalen LVIII.
82	1860	Hagenbach, Über die Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit durch den Abfluss aus Röhren. Poggend. Ann. CIX.
83	1868	Boussinesq, Journal de Mathématiques, Lionville, T. 13.
84	1881	Auerbach, Theoretische Hydrodynamik nach den Grenzen ihrer Entwickelung, Braunschweig.
85	1900	Wien, Hydrodynamik, Leipzig.
86	1877, 78	Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoire présenté par divers savants à l'Académie des sciences, XXIII 1877; XXIV 1878.

Laufende Nummer	Jahr der Publikation	Bezeichnung der Quelle
87	1872	Zöllner, F., Über die durch strömendes Wasser erzeugten elektrischen Ströme (Berichte der k. sächs. Gesellschaft der Wissensch. Sitzung vom 12. Dez. 1872).
88	1894	Kohlrausch und Heydmüller (Zeitschrift für physikalische Chemie 14. Band, pag. 320).
89	1877	Clark, Über die beim Durchströmen von Wasser durch Kapillarröhren erzeugte elektromotorische Kraft. (Annalen von Wiedemann, Bd. II.)
90	1877	Haga, Über die durch das Strömen von Wasser durch Kapillarröhren erzeugte elektromotorische Kraft.
91	1877	Oberbeck, Über diskontinuierliche Flüssigkeitsbewegungen, (Wiedemann's Annalen, Bd. II, 238. Band.)
92	1862	Stefan, Wiener Sitzungsberichte 46, 1862.
93	1870—1873	Boussinesq, Comptes rendus 1870, 1871 und 1873.
94	1896	Boussinesq, Lois générales du régime uniforme dans les lits à grande section. Comptes rendus de l'Acad. des sciences. Paris.
95	1893	Jasmund, Die Einwirkung der Flusssohle auf die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers. Zeitschrift f. Bauwesen.
96	1897	Jasmund, Die Veränderung der Geschwindigkeit im Querschnitt eines Stromes. Zeitschrift f. Bauwesen.
97	1871 1872	Moseley, Phil. Mag. (4), 42, und 44, 1872.
98	1874	O. E. Meyer, Pogg. Ann. Jubelband, pag. 1.

Weitere Literatur über diesen Gegenstand findet sich in Schlichting's Binnengewässer (Nr. 38), in Lueger, Wasserversorgung der Städte, I. Heft (Nr. 68 oben), sowie in der bei Hirzel in Leipzig erscheinenden „Zeitschrift für Gewässerkunde", redigiert von Professor Dr. Gravelius, Dresden.

Anhang.

I. Koeffizienten-Tabelle.

1. Kanäle und Flüsse mit unveränderlichen Wandungen, d. h. mit konstantem Geschwindigkeitskoeffizienten,
2. Flüsse mit veränderlicher Sohle.

   a) Berechnung von $k = \frac{v \sqrt[4]{B}}{\sqrt[8]{QI}}$ an verschiedenen, besonders älteren Messungen.

   b) Berechnung von $m = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\,\sqrt[8]{B}}$.

   An neueren und neuesten Messungen für

   α) Ströme, mit τI durchschnittlich gleich 0,0000926 und m im Mittel = 29,6,

   β) Flüsse und Bäche mit τI von durchschnittlich 0,000425 und m im Mittel gleich 24,9,

   γ) Wildwasser, mit τI im Mittel = 0,00225 und m etwa bei 17,4,
3. Normale Messungen an kreisrunden Röhren.

   a) Berechnung von $k = \frac{v \sqrt[4]{R}}{\sqrt[8]{\frac{QI}{2}}}$ verschiedener Messungen des Verbandes deutscher Architekten- und Ingenieurvereine u. A.

   b) Berechnung von $m_r = \frac{v}{R^{\frac{5}{8}}\, I^{\frac{1}{2}}}$ der Messungen von Darcy, Weisbach und Dubuat.
4. Anormale Messungen an kreisrunden Röhren von Darcy, Dubuat, Gerstner und Weisbach.

II. Wurzel-Tabelle

zur raschen und genauen Berechnung aller $\sqrt{\ }$, $\sqrt[3]{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$ und $\sqrt[8]{\ }$ sämtlicher Zahlen von 0,000001 bis zu 100000000, jede Radizierung in eine Multiplikation oder Division verwandelnd.

(Für die Gebrauchsweise siehe die drei Beispiele am Kopfe der Tafel.)

1. Kanäle und Flüsse mit unveränderlichen Wandungen.

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 Q I	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}} = k_0$	k im Durchschnitt per Reihe, k_1	k im Durchschnitt per Rauhigkeitsgrad, k	$\frac{k-k_0}{k_0}$
1	Bazin, Cement mit Stahl geschliffen	2	24	Rechteck	0,906	4,9	100	490	0,0788	0,976	1,018	0,993	12,60			+0,087
2	" " "	2	24	"	0,906	4,9	203	990	0,0997	0,976	1,338	1,306	13,10			+0,046
3	" " "	2	24	"	0,906	4,9	618	3030	0,1450	0,976	1,984	1,936	13,35	13,09		+0,026
4	" " "	2	24	"	0,906	4,9	1030	5050	0,1720	0,976	2,326	2,270	13,20			+0,038
5	" " "	2	24	"	0,906	4,9	1236	6070	0,1820	0,976	2,460	2,401	13,19			+0,039
6	" " "	24	24	Halbkreis	0,439	1,5	100	150	0,0531	0,814	0,921	0,750	14,12			−0,030
7	" " "	24	24	"	0,499	1,5	203	304	0,0672	0,840	1,135	0,953	14,18			−0,034
8	" " "	24	24	"	0,599	1,5	618	927	0,0975	0,880	1,562	1,375	14,10	13,94	13,70	−0,028
9	" " "	24	24	"	0,624	1,5	1030	1545	0,116	0,889	1,803	1,603	13,81			−0,008
10	" " "	24	24	"	0,625	1,5	1163	1745	0,120	0,890	1,862	1,620	13,50			+0,015
11	" Cement mit $^1/_3$ Sand	25	24	Halbkreis	0,445	1,5	100	150	0,0531	0,817	0,921	0,752	14,14			−0,031
12	" " "	25	24	"	0,574	1,5	203	304	0,0672	0,847	1,135	0,961	14,30	14,06		−0,042
13	" " "	25	24	"	0,575	1,5	618	927	0,0975	0,874	1,562	1,361	13,96			−0,019
14	" " "	25	24	"	0,625	1,5	1030	1545	0,1160	0,890	1,803	0,605	13,83			−0,009
15	Bazin, Bretter, fein behobelt,	28	24	Rechteck	0,050	4,7	0,298	1,4	0,0112	0,473	0,273	0,129	11,52			+0,043
16	" " "	28	24	"	0,050	4,7	0,916	4,30	0,0163	0,473	0,395	0,187	11,47			+0,047
17	" " "	28	24	"	0,050	4,7	1,625	7,63	0,0197	0,473	0,481	0,228	11,57	11,48		+0,038
18	" " "	28	24	"	0,050	4,7	3,120	14,7	0,0245	0,473	0,592	0,280	11,43			+0,051
19	" " "	28	24	"	0,050	4,7	4,308	20,2	0,0272	0,473	0,658	0,311	11,43			+0,051
20	" " "	29	24	Rechteck	0,050	15,2	0,639	9,71	0,0213	0,473	0,571	0,270	12,67			−0,052
21	" " "	29	24	"	0,050	15,2	1,240	18,8	0,0266	0,473	0,701	0,332	12,48			−0,038
22	" " "	29	24	"	0,050	15,2	1,955	29,7	0,0310	0,473	0,818	0,387	12,48	12,55	12,01	−0,038
23	" " "	29	24	"	0,050	15,2	2,706	41,1	0,0345	0,473	0,914	0,432	12,52			−0,041
24	" " "	29	24	"	0,050	15,2	4,453	67,9	0,0408	0,473	1,086	0,514	12,60			−0,047
25	Christen " "	1	p. 53	Rechteck	0,051	13,13	2,81	36,9	0,0330	0,475	0,918	0,436	13,20	12,76		−0,090
26	" " "	2	p. 53	"	0,051	13,13	6,56	86,2	0,0442	0,475	1,146	0,544	12,32			−0,025
27	Bazin, Bretter, gewöhnlich behobelt	6	24	Rechteck	0,995	2,08	100	208	0,0593	0,998	0,635	0,634	10,69			+0,093
28	" " "	6	24	"	0,995	2,08	618	1285	0,109	0,998	1,259	1,255	11,51			+0,015
29	" " "	6	24	"	0,995	2,08	1030	2142	0,129	0,998	1,487	1,484	11,43	11,30	11,68	+0,022
30	" " "	6	24	"	0,995	2,08	1236	2570	0,137	0,998	1,587	1,584	11,56			+0,010
31	" " "	7	24	Rechteck	0,995	4,9	100	490	0,0788	0,995	0,826	0,825	10,47			+0,115
32	" " "	7	24	"	0,995	4,9	618	3030	0,145	0,995	1,711	1,709	11,79	11,54		−0,010
33	" " "	7	24	"	0,995	4,9	1030	5050	0,172	0,995	2,045	2,043	11,93			−0,021
34	" " "	7	24	"	0,995	4,9	1236	6070	0,182	0,995	2,179	2,177	11,96			−0,023
35	" " "	8	24	Rechteck	0,995	8,24	100	824	0,0938	0,999	1,074	1,063	11,33			+0,031
36	" " "	8	24	"	0,995	8,24	618	5092	0,172	0,999	2,053	2,051	11,92	11,83		−0,020
37	" " "	8	24	"	0,995	8,24	1030	8490	0,204	0,999	2,447	2,445	11,98			−0,025
38	" " "	8	24	"	0,995	8,24	1236	10185	0,216	0,999	2,612	2,609	12,08			−0,033
39	" " "	9	24	Rechteck	0,9915	1,5	100	150	0,0531	0,998	0,548	0,547	10,30			+0,134
40	" " "	9	24	"	0,9915	1,5	618	927	0,0975	0,998	1,106	1,104	11,32			+0,032
41	" " "	9	24	"	0,9915	1,5	1030	1545	0,1160	0,998	1,343	1,340	11,55	11,17	11,68	+0,011
42	" " "	9	24	"	0,9915	1,5	1236	1854	0,123	0,998	1,420	1,417	11,52			+0,014

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 Q	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}} = k_0$	k im Durchschnitt per Reihe, k_1	k im Durchschnitt per Rauhigkeitsgrad, k	$\frac{k-k_0}{k_0}$
43	Bazin, Bretter gewöhnlich behobelt	10	24	Rechteck	0,9935	5,9	100	590	0,0839	0,999	0,910	0,909	10,83			+0,078
44	" " "	10	24	"	0,9935	5,9	618	3650	0,154	0,999	1,847	1,845	11,98	11,74		−0,025
45	" " "	10	24	"	0,9935	5,9	1030	6080	0,183	0,999	2,206	2.204	12,04			−0,030
46	" " "	10	24	"	0,9935	5,9	1236	7290	0,194	0,999	2,349	2,347	12.10			−0,035
47	" " "	11	24	Rechteck	0,991	8,39	100	839	0.0943	0,998	1,080	1,078	11,43			+0.022
48	" " "	11	24	"	0,991	8,39	618	5185	0.173	0,998	2,100	2,096	12,11	11,97		−0,036
49	" " "	11	24	"	0,991	8,39	1030	8640	0.205	0 998	2,495	2.490	12,15			−0,039
50	" " "	11	24	"	0,991	8,39	1236	10370	0,218	0,998	2.664	2,659	12,20			−0,043
51	" " "	18	24	Rechteck	0,5985	4,9	100	490	0,0788	0,880	1,026	0,903	11,46			+0.020
52	" " "	18	24	"	0,5985	4,9	618	3030	0.145	0,880	1,907	1.678	11,57	11,36		+0,010
53	" " "	18	24	"	0,5985	4,9	1030	5050	0 172	0,880	2,195	1,932	11,23			+0,040
54	" " "	18	24	"	0,5985	4,9	1236	6070	0,182	0,880	2,313	2,035	11,18			+0,045
55	" " "	19	24	Rechteck	0,400	4,3	54	232	0,0615	0,796	0,868	0,691	11,23			+0,040
56	" " "	19	24	"	0,400	4,3	100	430	0,0755	0,796	1,059	0,843	11.17	11,15		+0,046
57	" " "	19	24	"	0,400	4,3	618	2657	0,139	0,796	1,898	1,510	11,44			+0,021
58	" " "	19	24	"	0,400	4,3	721	3100	0,146	0,796	1,974	1,581	10,76			+0,086
59	" " "	20	24	Rechteck	0,240	6,0	54	324	0.0687	0,700	1,087	0,761	11,08			+0,054
60	" " "	20	24	"	0,240	6,0	100	600	0,0843	0,700	1,290	0,903	10,71	10,76		+0,091
61	" " "	20	24	"	0,240	6,0	203	1218	0,107	0,700	1,602	1,121	10,48			+0,114
62	" " "	21	24	Trapez	0,6220	1,5	100	150	0,0532	0,888	0,730	0,648	12,18		11,68	−0,041
63	" " "	21	24	"	0.6911	1,5	203	304 5	0,0673	0,940	0,892	0,838	12,45			−0.062
64	" " "	21	24	"	0,8679	1,5	618	927	0,0975	0,965	1,228	1,185	12,15	12,43		−0,039
65	" " "	21	24	"	0,9890	1,5	1030	1545	0,116	0,998	1,415	1,412	12,17			−0,040
66	" " "	21	24	"	1,0403	1,5	1236	1854	0,123	1,010	1,485	1,500	12,19			−0,042
67	" " "	22	24	Trapez	0,565	4,9	100	490	0,0788	0,867	1,090	0,945	11,99			−0.026
68	" " "	22	24	"	0,614	4,9	203	990	0,0997	0.885	1,436	1,271	12,75			−0,082
69	" " "	22	24	"	0,755	4,9	618	3030	0,145	0,932	0,985	1,850	12,76	12,68		−0,085
70	" " "	22	24	"	0,864	4,9	1030	5050	0 172	0,964	2,308	2,225	12,94			−0 097
71	" " "	22	24	"	0,912	4,9	1236	6070	0,182	0,977	2,416	2,360	12,97			−0,100
72	" " "	23	24	Dreieck	0,282	4,9	100	490	0,0788	0,729	1.258	0,917	11,64			+0,003
73	" " "	23	24	"	0,364	4,9	203	990	0,0997	0,777	1,531	1,190	11,93			−0,021
74	" " "	23	24	"	0,473	4,9	411	2013	0,126	0,829	1,837	1,523	12,08			−0,033
75	" " "	23	24	"	0,555	4,9	618	3010	0,145	0,863	2,008	1,733	11,95	11,92		−0.023
76	" " "	23	24	"	0,620	4,9	824	4040	0,159	0,887	2,143	1,901	11,96			−0,023
77	" " "	23	24	"	0,676	4,9	1030	5050	0,172	0,907	2,257	2,047	11,90			−0,018
78	" " "	23	24	"	0,723	4,9	1236	6070	0,182	0,922	2,363	2,181	11,98			−0,025
79	" " "	26	24	Halbkreis	0,390	1,5	100	150	0,0531	0,791	0,795	0,629	11,84			−0,014
80	" " "	26	24	"	0,450	1,5	203	304	0,0672	0,819	0,984	0 806	11,98			−0,025
81	" " "	26	24	"	0,660	1,5	618	927	0,075	0,901	1,374	1,238	12,69	12,26		−0.080
82	" " "	26	24	"	0,695	1,5	1030	1545	0,116	0,913	1,579	1,442	12,42			−0,060
83	" " "	26	24	"	0,700	1,5	1236	1854	0,123	0,915	1,660	1,519	12,35			−0,054
84	Christen, Bretter ungehobelt, an der Sohle quergestellt	1	—	Rechteck	0,425	10,0	215,4	2154	0,1291	0,8075	1,69	1,365	10,57	10,55	10,55	+0,002
85	" " "	2	—	"	0,425	10,0	173,8	1738	0,1202	0,8075	1,57	1,266	10,54			−0,001
86	Bazin, Quadersteine	39	24	Trapez	0,6155	8,1	326	2640	0,138	0,885	1,746	1,545	11 19			+0,0384
87	" "	39	24	"	0,6240	8,1	671	5435	0,176	0 889	2.293	2.043	11,61	11,30	11,62	+0.001
88	" "	39	24	"	0,6305	8,1	939	7610	0,197	0,891	2,495	2,223	11,30			+0,028
89	" "	39	24	"	0,6365	8,1	1205	9760	0,214	0,893	2,666	2,381	11,12			+0,045
90	" "	1_2	24	Rechteck	1,295	0,84	4070	3420	0,151	1,067	1,693	1,806	11,96	11,96		−0,028

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}} = k_0$	k im Durchschnitt per Reihe, k_1	k im Durchschnitt per Rauhigkeitsgrad, k	$\frac{k-k_0}{k_0}$
91	Bazin, Backsteine, gut gefügt	3	24	Rechteck	0,9555	4,9	100	490	0,0788	0,989	0,839	0,829	10,52	11,02	11,02	+0,047
92	" " "	3	24	"	0,9555	4,9	618	3030	0,145	0,989	1,626	1,608	11,09			−0,006
93	" " "	3	24	"	0,9555	4,9	1030	5050	0,172	0,989	1,973	1,951	11,34			−0,028
94	" " "	3	24	"	0,9555	4,9	1236	6070	0,182	0,989	2,047	2,024	11,12			−0,009
95	Bazin, Bruchstein bestochen	32	24	Trapez	0,910	101	749	75649	0,423	0,977	3,747	3,661	8,65	9,04	8,17	+0,060
96	" " "	32	24	"	0,917	101	1498	151298	0,533	0,979	4,931	4,827	9,06			+0,012
97	" " "	32	24	"	0,922	101	2247	226947	0,610	0,980	5,694	5,521	9,05			+0,013
98	" " "	32	24	"	0,926	101	2996	302596	0,671	0,981	6,429	6,307	9,40			+0,024
99	" " "	33	24	Trapez	0,915	37	749	27713	0,303	0,978	2,757	2,696	8,90	9,11		+0,030
100	" " "	33	24	"	0,923	37	1498	55426	0,381	0,980	3,494	3,424	8,99			+0,020
101	" " "	33	24	"	0,929	37	2247	83139	0,436	0,982	4,131	4,047	9,28			−0,012
102	" " "	33	24	"	0,936	37	2990	110630	0,480	0,968	4,595	4,448	9,27			−0,011
103	Bérard, (Canal de la Vésubie)	—	39	Trapez	1,16	0,5	3000	1500	0,114	1,037	1,073	1,113	9,25	9,35		−0,019
104	Bazin, Bruchstein, rauh	13	24	Trapez	0,560	29	1244	36076	0,330	0,865	3,423	2,961	8,97	8,55	8,49	−0,051
105	" " "	14	24	"	0,560	60	1244	74640	0,421	0,865	4,246	3,673	8,72			−0,024
106	" " "	15	24	"	0,600	12,1	1244	15052	0,247	0,880	2,312	2,035	8,24			+0,033
107	" " "	16	24	"	0,510	14	1244	17416	0,259	0,845	2,549	2,144	8,28			+0,028
108	Grebenau, Rauher Sandstein (Mühlgerinne b. Diemerstein)	—	26	—	0,165	1,40	24	33,6	0,0323	0,637	0,42	0,268	8,28	8,28		+0,028
109	Ritter, Bruchsteine, Canal de St. Maur	—	40	Rechteck	4,50	0,115	32210	3704	0,1547	1,456	0,92	1,339	8,65	8,65		−0,016
110	Bazin, Packleinwand (letztere von der Breite abgezogen)	30	24	Rechteck	0,044	8,1	0,281	2,27	0,0131	0,458	0,218	0,103	7,62	8,12	7,74	+0,016
111	" " "	30	24	"	0,044	8,1	0,451	3,65	0,0154	0,458	0,270	0,128	8,04			−0,037
112	" " "	30	24	"	0,044	8,1	0,757	6,13	0,0183	0,458	0,340	0,160	8,51			−0,090
113	" " "	30	24	"	0,044	8,1	1,885	15,26	0,0248	0,458	0,450	0,217	8,44			−0,083
114	" " "	30	24	"	0,044	8,1	4,385	35,51	0,0329	0,458	0,573	0,271	7,98			−0,030
115	" " "	31	24	Rechteck	0,044	15,2	0,203	3,09	0,0146	0,458	0,209	0,0988	6,77	7,37		+0,143
116	" " "	31	24	"	0,044	15,2	0,347	5,27	0,0174	0,458	0,251	0,119	6,84			+0,132
117	" " "	31	24	"	0,044	15,2	0,808	12,28	0,0231	0,458	0,381	0,180	7,80			[illegible]
118	" " "	31	24	"	0,044	15,2	1,320	23,19	0,0285	0,458	0,494	0,234	8,20			[illegible]
119	" " "	31	24	"	0,044	15,2	3,517	53,45	0,0374	0,458	0,647	0,306	8,12			[illegible]
119a	" " "	31	24	"	0,044	15,2	4,372	66,45	0,0405	0,458	0,681	0,322	7,95			[illegible]
120	Bazin, Kies v. 0,01/0,02	4	24	Rechteck	0,916	4,9	100	490	0,0788	0,978	0,658	0,644	8,17	8,96	9,63	+0,179
121	" " "	4	24	"	0,916	4,9	202	990	0,0997	0,978	0,898	0,878	8,81			[illegible]
122	" " "	4	24	"	0,916	4,9	418	2030	0,145	0,978	1,200	1,220	9,12			[illegible]
123	" " "	4	24	"	0,916	4,9	1,030	5050	0,172	0,978	1,481	1,569	9,12			−0,057
124	" " "	27	24	Halbkreis	0,610	1,5	722	1080	0,103	0,884	1,204	1,064	10,33	10,46		[illegible]
125	" " "	27	24	"	0,522	1,5	100	150	0,0531	0,846	0,663	0,562	10,58			[illegible]
126	" " "	27	24	"	0,514	1,5	135	202	0,0623	0,847	0,763	0,646	10,37			[illegible]
127	" " "	27	24	"	0,569	1,5	202	304	0,0672	0,869	0,820	0,713	10,60			[illegible]
128	" " "	27	24	"	0,585	1,5	362	544	0,0816	0,878	0,982	0,863	10,58			[illegible]
129	" " "	27	24	"	0,620	1,5	618	927	0,0975	0,882	1,137	1,004	10,30			[illegible]

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}} = k_0$	k im Durchschnitt		$\frac{k-k_0}{k_0}$
														per Reihe, k_1	per Rauhigkeitsgrad, k	
130	Bazin, Kies von 1,03/1,04	5	24	Rechteck	0,9305	4,9	100	490	0,0788	0,982	0,547	0,537	6 83			+0,117
131	" " "	5	24	"	0 9305	4,9	203	990	0 0997	0,982	0.741	0,728	7,30			+0,045
132	" " "	5	24	"	0,9305	4,9	618	3050	0 145	0,982	1,173	1 152	7,94	7,63	7,63	−0,039
133	" " "	5	24	"	0,9305	4,9	1030	5050	0.172	0,982	1,403	1,378	8,01			−0,047
134	" " "	5	24	"	0,9305	4,9	1236	6070	0,182	0,982	1,493	1,466	8,06			−0,053
135	Bazin, Erde, fast kräuterlos	49	24	Trapez	1,482	0,250	274	68,5	0,0409	1,103	0,270	0,298	7,28			−0,001
136	" " "	49	24	"	1,642	0,275	644	177	0,562	1,132	0,407	0,461	8,19			−0,112
137	" " "	49	24	"	1,898	0,246	933	229	0,612	1,175	0,415	0,487	7,95	7,76		−0,085
138	" " "	49	24	"	2,084	0,275	1279	352	0,706	1,202	0,447	0,537	7,61		7,27	−0,044
138a	Grebenau, Erde, Hübengraben	—	26	Trapez	0,741	1,3	152,3	198	0,0583	0,903	0 4336	0,392	6,72	6,72		+0,082
139	" " Hockenbach	—	26	"	1,75	0,778	422,1	328,5	0,069	1,150	0,4221	0,485	7,03	7,48		+0,034
140	" " "	—	26	"	1,65	0.705	430,8	304	0,0672	1,133	0,4482	0,508	7,56	7,48		−0,034
141	" " "	—	26	"	1,70	0,6317	427,3	269,9	0,0646	1,142	0,444	0,507	7,85	7,48		−0,075
142	" " Lauterkanal	—	26	"	4,5	0,664	3364	2233	0,131	1,457	0,642	0,935	7,14	7,14		+0,018
143	Bazin, steinige Erde wenig Kräuter	37	24	Trapez	1,391	0,792	331	262	0,064	1,088	0,376	0,409	6,24			+0,062
144	" " "	37	24	"	1,677	0,808	702	567	0,0828	1,139	0,508	0,578	6,99	6,71		−0,051
145	" " "	37	24	"	1,853	0,842	1297	1092	0,103	1,168	0,609	0,711	6,91			−0,040
146	" wie vorige, etwas steiniger	38	24	Trapez	1,368	0,957	327	313	0,0679	1,082	0,379	0,410	6,04			+0,098
147	" " "	38	24	"	1,669	0,929	680	632	0,0858	1,138	0,519	0,591	6,89	6,51	6,63	−0,038
148	" " "	38	24	"	1,998	0,986	1231	1214	0.107	1,189	0,597	0,710	6,64			−0,002
149	" " "	41	24	Trapez	1,513	0,445	307	137	0,0516	1,111	0,293	0,326	6,31			+0,051
150	" " "	41	24	"	1,822	0,450	650	239	0,0664	1,162	0,386	0,449	6,75	6,68		−0,018
151	" " "	41	24	"	2,182	0,441	1162	512	0,0800	1,216	0,460	0,559	6,99			−0,051
152	Bazin, Erde mit viel Kräutern	36	24	Trapez	1,589	0,678	334	226	0,0610	1,124	0,277	0,311	5,09			+0,171
153	" " "	36	24	"	1,928	0,633	725	459	0,0771	1,179	0,391	0,461	5,98	5,87	5,87	−0,018
154	" " "	36	24	"	2,294	0,622	1363	848	0,0947	1,231	0,504	0,620	6,55			−0,010
155	Grebenau, Sohle, Erde, Speyersbach, Seiten Quadern	—	26	Rechteck	2,395	0,2667	1549,4	413,2	0,745	1,244	0,553	0,687	9,23	9,23	9,23	—
156	Nazzani, Tiber zu Rom	—	47	—	43,5	0,080	149000	11920	0,228	2,569	0,78	2,004	8,79			−0,131
157	" " " "	—	47	—	45,0	0,080	205000	16400	0,254	2,590	0,81	2,098	8,26			−0,075
158	" " " "	—	47	—	46,0	0,080	337000	26900	0,300	2,605	0,95	2,474	8,24	8,44		−0,073
159	" " " "	—	47	—	47,5	0,080	577000	46160	0,359	2,626	1,18	3,098	8,63			−0,115
160	Buffon, " " "	—	27	—	37,03	0,1306	227800	29752	0,310	2,467	1,040	2,566	8,28		7,64	−0,077
161	Brünings, Rhein bei Nymwegen	—	26	—	257	1,115	1673000	192395	0,577	4,00	0,910	3,640	6,31			+0,211
162	" " "	—	26	—	260,5	0,115	3395000	390425	0,731	4,01	1,310	5,253	7,18			+0,064
163	" Waal	—	26	—	164,8	0,1106	1149300	127066	0,503	3,583	0,918	3,289	6,54	6,43		+0,169
164	" "	—	26	—	184,1	0,1106	2283000	252408	0,632	3,683	1,210	4,456	7,05			+0,084
165	" Einfluss des Pannerdeenkanals	—	26	—	84,3	0,2202	502000	110520	0,480	2,428	1,122	2,724	5,67			+0,348
166	" "	—	26	—	84,3	0,2202	1043900	229825	0,613	2,428	1,474	3,579	5,84			+0,309

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	$\frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}} = k_0$	k im Durchschnitt per Reihe, k_1	k im Durchschnitt per Rauhigkeitsgrad, k	$\frac{k-k_0}{k_0}$
167	Humphreys u. Abbot, Mississippi	—	26	bei Viksburg	415,9	0,0639	35059000	2,233413	1,31	4,516	2,118	9,565	7,30			+0,047
168	„ „ „	—	26	„	416,3	0,0540	34692000	1873370	1,21	4,517	2,080	9,395	7,76			−0,015
169	„ „ „	—	26	„	382,0	0,0433	7865700	340580	0,699	4,421	1,074	4,748	6,80			+0,124
170	„ „ „	—	26	„	389,5	0,0473	21240000	1004650	1,001	4,442	1,694	7,526	7,53	7,97		+1,015
171	„ „ „	—	26	„	393,2	0,04811	26905000	1294399	1,092	4,453	1,926	8,576	7,45			+0,026
172	„ „ „	—	26	bei Columbus	337,4	0,0680	29170000	2044800	1,27	4,286	2,121	9,091	7,16			+0,067
173	Ellet, Ohio bei Point Pleasant	—	26	—	163,52	0,09334	513780	47958	0,363	3,576	0,766	2,739	7,55	7,71	7,64	+0,012
174	J. Latif Bey Manoug, Nil bei Cairo	—	56a	—	752	0,090	1800000	162000	5,451	5,24	0,82	4,297	7,88			−0,030

2. Flüsse mit veränderlichem Bett.

a) Berechnung von $k = \frac{v\sqrt[4]{B}}{\sqrt[3]{QI}}$ an verschiedenen, besonders älteren Messungen.

Laufende Nr.	Autor und Art der Wandung	Nr.	Literatur-Nachweis Nr.	Profil	B	1000 I	1000 Q	1000000 QI	$\sqrt[3]{QI}$	$\sqrt[4]{B}$	v	$v\sqrt[4]{B}$	k_0	k_1	k	$\frac{k-k_0}{k_0}$
175	Grebenau, Rhein bei der Brücke zu Basel	—	26	—	90,0	1,25	648000	810000	0,932	3,08	1,500	4,62	4,96	—	—	—
176	„ bei Hochwasser, Basel	—	26	—	90,0	1,00	3442820	3442820	1,51	3,08	2,700	8,32	5,50	—	—	—
177	„ Rhein bei Speyer	—	26	—	219,45	0,112	1168510	130873	0,503	3,849	0,887	3,414	6,78	—	—	—
178	„ Rhein bei Germersheim	—	26	—	114,08	0,247	1182000	292000	0,663	3,268	1,540	5,033	7,59	—	—	—
179	„ Salzach, zwischen Laufen u. Wildshut	—	26	—	57,35	0,36	309960	111585	0,487	2,752	1,257	3,459	7,19	—	—	—
180	„ Saalach, Stauffenecker Brücke	—	26	—	9,19	1,0357	5321	5511	0,177	1,741	0,658	1,146	6,47	—	—	—
181	„ „ „	—	26	—	10,87	1,1364	5321	6046	0,182	1,816	0,601	1,091	6,00	—	—	—
182	„ Isar bei Grosshesselohe	—	26	—	23,35	2,5	34287	85717	0,441	2,198	1,226	2,695	6,11	—	—	—
183	„ „ „ „	—	26	—	26,26	2,5	217003	542507	0,815	2,264	2,189	4,956	6,08	—	—	—
184	„ Elbe bei Magdeburg	—	26	—	48	0,254	294000	74676	0,421	2,632	1,15	3,027	7,19	—	—	—
185	„ „ „ „	—	26	—	48	0,363	639000	231957	0,614	2,632	1,63	4,290	6,99	—	—	—
186	Mississippi-Kommission } Chesapeake Ohio-Speisekanal	—	26	—	3,505	0,6985	10383,5	7253	0,194	1,368	0,924	1,264	6,51	—	—	—
187	„	—	26	—	3,505	0,6985	10211,8	7133	0,192	1,368	0,830	1,135	5,91	—	—	—

b) Berechnung von $m = \frac{v}{\sqrt{\tau I}\,\sqrt[8]{B}}$ an neueren und neuesten Messungen.

(Für den Nachweis der Formel $m = \frac{6,307}{\sqrt[6]{\tau I}}$ oder $v = 6,307\,\sqrt[3]{\tau I}\,\sqrt[8]{B}$ siehe Tabelle § 20).

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	Literatur-Nachweis Nr.	τ	100 I	100 τ I	$\sqrt{\tau I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m per Messung m_0	m im Durchschnitt m	$\frac{m_0-m}{m_0}$
	1. Wildbäche.													
188	Kander	1895	Spiezwyler	Eidg. hydrom. Bureau	0,417	0,676	0,282	0,0531	4,825	1,218	0,963	14,88	17,41	−0,170
189	„	1895	„	„	0,366	0,676	0,247	0,0407	4,825	1,218	0,875	14,58	17,41	−0.194
190	„	1898	„	„	0,576	0,188	0,108	0,0329	5,000	1,223	0,693	17,23	17,41	+0,010

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	Literatur-Nachweis Nr.	ε	100 I	100 ε I	$\sqrt{\varepsilon I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m per Messung m_0	m im Durchschnitt m	$\frac{m_0-m}{m_0}$
191	Simme, kleine	1895	Zweisimmen	—	0,50	2,00	1,000	0,100	2,87	1,140	1,61	14,12	17,41	− 0,233
192	" grosse	1897	"	—	1,45	0,63	0,915	0,956	5,53	1,236	2,94	22,62	17,41	+ 0,230
193	" "	1895	"	—	0,65	0,63	0,409	0,639	5,46	1,235	1,61	20,39	17,41	+ 0,146
194	" "	1895	"	—	0,42	0,63	0,264	0,514	5,44	1,235	1,31	20,62	17,41	+ 0,156
195	" "	1879	Lenk	—	1,15	0,50	0,575	0,758	3,37	1,163	1,89	21,42	17,41	+ 0,187
196	" "	1880	"	—	0,97	0,50	0,485	0,696	3,28	1,158	1,75	21,28	17,41	+ 0,182
197	" "	1879	"	—	0,45	0,50	0,225	0,474	3,22	1,155	1,05	19,07	17,41	+ 0,087
198	" "	1890	"	—	0,32	0,50	0,160	0,400	2,96	1,144	0,95	20,75	17,41	+ 0,161
199	Hinterrhein	1898	Zillis	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,490	0,158	0,0774	0,0278	6,05	1,253	0,562	16,14	17,41	− 0,079
200	"	1898	Thusis	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,851	0,017	0,0145	0,0120	8,54	1,307	0,227	14,48	17,41	− 0,202
201	"	1899	Rothenbrunnen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,613	0,241	0,1477	0,0384	15,75	1,411	0,941	17,37	17,41	− 0,002
202	"	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,476	0,288	0,137	0,0370	15,16	1,405	0,891	17,13	17,41	− 0,016
203	"	1899	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,998	0,469	0,470	0,0686	23,75	1,486	1,867	18,23	17,41	+ 0,045
204	"	1897	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,631	0,148	0,093	0,0305	16,73	1,422	1,124	25,92	17,41	+ 0,328
205	"	1897	Reichenau	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,981	0,116	0,1140	0,0338	13,63	1,386	1,246	26,62	17,41	+ 0,346
206	"	1899	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,707	0,071	0,0502	0,0224	16,17	1,416	0,599	18,88	17,41	+ 0,078
207	Vorderrhein mit Schwimmer	1899	Ilanz	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,935	0,240	0,244	0,0473	22,80	1,478	1,626	23,26	17,41	+ 0,252
208	"	1899	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,384	0,295	0,1133	0,0337	11,50	1,357	0,641	13,02	17,41	− 0,337
209	Vorderrhein mit Flügel	1899	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,368	0,239	0,0879	0,0296	19,80	1,452	0,805	18,73	17,41	+ 0,070
210	Vereinigter Rhein	1894	Reichenau	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,926	0,0701	0,06490	0,02545	18,44	1,440	0,760	20,73	17,41	+ 0,160
211	Vorder-Rhein	1897	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,879	0,267	0,2350	0,0485	24,64	1,493	1,603	22,14	17,41	+ 0,214
212	"	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,463	0,126	0,0583	0,0241	18,03	1,431	0,680	19,72	17,41	+ 0,117
213	Rhein	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,797	0,052	0,0414	0,0203	23,16	1,481	0,639	21,26	17,41	+ 0,181
214	"	1899	Felsberg	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,041	0,265	0,276	0,0525	27,95	1,516	1,369	17,20	17,41	− 0,012
215	"	1899	Tardisbrücke	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,169	0,155	0,1812	0,04244	25,45	1,499	1,640	21,50	17,41	− 0,190
216	"	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,871	0,0856	0,0746	0,02731	18,86	1,287	0,872	24,80	17,41	+ 0,298
217	Eger	1876	Warta	43	0,278	0,8699	0,2419	0,0492	20,36	1,457	0,704	9,82	17,41	− 0,773
218	"	1876	"	43	0,508	0,3352	0,1703	0,4130	14,27	1,394	0,535	9,29	17,41	− 0,874
219	"	1876	"	43	0,304	0,0960	0,0292	0,0171	35,69	1,563	0,357	13,36	17,41	− 0,303
220	"	1876	"	43	0,385	0,0748	0,0288	0,0170	30,51	1,533	0,331	12,70	17,41	− 0,371
221	Moldau	1877	Budweis	43	0,929	0,320	0,2973	0,0545	15,62	1,410	1,742	22,67	17,41	+ 0,232
222	"	1877	"	43	1,135	0,167	0,1895	0,0435	22,52	1,476	0,779	12,13	17,41	− 0,435
223	"	1877	"	48	1,593	0,105	0,1673	0,0409	23,90	1,487	0,936	15,39	17,41	− 0,131
224	Donau	1894	Fridingen	56	0,36	0,5300	0,1907	0,04366	15,10	1,404	0,72	11,74	17,41	− 0,483
	2. Flüsse.													
225	Sense	1898	Laupen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,323	0,189	0,0610	0,0247	5,570	1,240	0,535	17,48	24,92	− 0,426
226	"	1897	Schwarzwasser	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,608	0,060	0,0365	0,0191	6,100	1,253	0,429	17,93	24,92	− 0,390
227	Saane	1898	Laupen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,318	0,218	0,068	0,0190	22,33	1,686	0,702	21,94	24,92	− 0,136
228	Emme	1899	Kirchberg	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,985	0,420	0,834	0,0913	19,35	1,448	3,449	26,09	24,92	+ 0,045
229	"	1897	Rüderswil	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,479	0,0265	0,0127	0 0113	3 450	1,167	0,368	27,90	24,92	+ 0,107
230	"	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,465	0,0240	0,0112	0,0106	3,230	1,157	0,342	27,80	24,92	+ 0,104
231	"	1898	"	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,453	0,0220	0,0100	0,0100	3,235	1,158	0,321	27,72	24,92	+ 0,101
232	Aare	1891	Olten	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,082	0,121	0,131	0,0362	44,00	1,605	1,304	22,44	24,92	− 0,111
233	"	1899	Aarberg	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,757	0,166	0,125	0,0354	28,15	1,518	1,149	21,39	24,92	− 0,165
234	"	1898	Döttingen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,434	0,083	0,119	0,0345	53,80	1,646	1,227	21,61	24,92	− 0,153
235	"	1896	Bern	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,934	0,110	0,103	0,0321	26,74	1,508	0,706	14,59	24,92	− 0,708
236	"	1895	Thun	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,729	0,082	0,0598	0,0245	14,27	1,394	0,540	15,81	24,92	− 0,576
237	"	1900	Wangen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,721	0,023	0,0396	0,0199	33,38	1,550	0,922	29,89	24,92	+ 0,166
238	Limmat	1898	Baden	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,893	0,032	0,0286	0,0169	16,54	1,420	0,666	27,75	24,92	+ 0,102
239	Reuss	1898	Mellingen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,050	0,0373	0.03918	0,01979	22,63	1,476	0.615	21,02	24,92	− 0,186
240	"	1900	Gisikon	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,81	0,1204	0,0976	0,0314	25,55	1,498	1,221	38,55	24,92	+ 0,354
241	"	1900	Luzern	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,63	0,0064	0,01043	0,01021	30,44	1,545	0,665	42,08	24,92	+ 0,408
242	Rhone	1887	Porte du Scex	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,032	0,0460	0,04746	0,02177	29,08	1,524	0,934	28,28	24,92	+ 0,119
243	"	1893	Outre Rhône	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,692	0,1090	0,0755	0,02748	30,73	1,535	1,016	24,07	24,92	− 0,035
244	"	1893	" "	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	2,280	0,1490	0,3399	0.05825	40,00	1,585	2,54	27,50	24,92	+ 0,094
245	"	1899	La Plaine	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,687	0,1227	0,2070	0,04623	33,00	1,548	1,568	21,87	24,92	− 0,140
246	"	1899	" "	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	1,968	0,1236	0,2432	0.04927	46,40	1,615	1,993	25,03	24,92	+ 0,004
247	"	1887	Porte du Scex	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,969	0,1002	0,0971	0,03115	35,73	1,5641	1,266	25,92	24,92	+ 0,039
248	Rhein	1898	Haldenstein	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,686	0,0811	0,0556	0,02357	23,57	1,485	0,810	23,11	24,92	− 0,078
249	"	1887	Flurlingen	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	2,029	0,016	0,0325	0,0180	50,25	1,632	0,904	30,77	24,92	+ 0,158
250	"	1887	Nol	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	2,146	0,016	0,0343	0,0185	42,23	1,599	0,864	29,21	24,92	+ 0,147
251	"	1867	Basel	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	2,128	0,1218	0,2592	0,0509	100,63	1,779	1,945	21,48	24,92	− 0.160
252	Tamina	1898	Ragaz	Schweizerisches hydrometrisches Bureau	0,185	0,311	0,0575	0,0240	5,58	1,240	0,376	29,77	24,92	+ 0,163
253	Eger	1876	Falkenau	43	0,600	0,1866	0,112	0,0335	18,35	1,439	0,645	13,38	24.92	− 0,862
254	"	1876	"	43	0,605	0,1708	0,103	0,0321	20,05	1,455	0,585	12,52	24,92	− 0,990
255	"	1876	"	43	0,726	0,0896	0,065	0,0255	19,32	1,448	0,506	13,70	24,92	− 0,819
256	"	1876	"	43	0,526	0,0891	0,0468	0,0216	15,52	1,409	0,868	28,52	24,92	+ 0,126
257	"	1876	"	43	0,768	0,0427	0,0328	0,0181	14,86	1,401	0,622	24,53	24,92	− 0,016
258	"	1876	"	43	1,003	0,0213	0,0214	0,0146	16,20	1,416	0,437	21,13	24,92	− 0,179
259	"	1876	"	43	0,946	0,0213	0,0201	0,0142	15,25	1,406	0,492	24,64	24,92	− 0,011
260	"	1876	"	43	0,634	0,0231	0,0146	0,0121	14,27	1,394	0,783	46,40	24,92	+ 0,463
261	"	1876	"	43	1,109	0,0132	0,0146	0,0121	15,97	1,414	0,401	23,44	24,92	− 0,063
262	"	1876	"	43	1,206	0,0036	0,0043	0,0066	18,80	1,443	0,313	33,06	24,92	+ 0,246
263	"	1876	"	43	1,069	0,0020	0,00214	0,00463	12,75	1,375	0,521	81,84	24,92	+ 0,696
264	"	1876	"	43	0,728	0,0027	0,00196	0,00443	14,69	1,399	0,663	106,97	24,92	+ 0,767

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	Literatur-Nachweis Nr.	ε	100 I	100 ε I	$\sqrt{\varepsilon I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m per Messung m_0	m im Durchschnitt m	$\frac{m_0 - m}{m_0}$
265	Eger	1876	Falkenau	43	0,904	0,0020	0,00181	0,00426	14,43	1,396	0,544	91,48	24,92	+ 0,728
266	Sazawa	1876	Porič	43	0,378	0,0474	0,0177	0,0134	22,90	1,479	0,578	29,21	24,92	+ 0,147
267	"	1876	"	43	0,928	0,0092	0,00854	0,00924	26,45	1,506	0,250	19,44	24,92	− 0,282
268	"	1876	"	43	0,342	0,024	0,00821	0,00287	43,45	1,618	0,413	31,10	24,92	+ 0,199
269	"	1876	"	43	0,966	0,0068	0,00657	0,00256	25,15	1,498	0,253	66,06	24,92	+ 0,623
270	Elbe	1877	Tetschen	56	2,88	0,0730	0,2102	0,0459	72,5	1,708	1,75	22,32	24,92	− 0,116
271	"	1877	"	56	2,48	0,0730	0,1810	0,0426	70,4	1,702	1,63	22,48	24,92	− 0,153
272	"	1877	"	56	2,27	0,0720	0,1634	0,0404	69,2	1,698	1,48	21,57	24,92	− 0,155
273	"	1877	"	56	1,81	0,0670	0,1213	0,0348	65,4	1,687	1,21	20,61	24,92	− 0,209
274	"	1877	"	56	1,67	0,0640	0,1069	0,0327	63,6	1,681	1,16	21,12	24,92	− 0,180
275	"	1877	"	56	1,37	0,0580	0,0795	0,0282	59,3	1,666	0,98	20,85	24,92	− 0,195
276	"	1877	"	56	1,13	0,0520	0,0588	0,0243	57,1	1,658	0,80	19,85	24,92	− 0,255
277	"	1877	"	56	1,08	0,0520	0,0562	0,0237	56,1	1,654	0,82	20,92	24,92	− 0,191
278	"	1877	"	56	1,08	0,0510	0,0551	0,0235	52,7	1,642	0,81	20,98	24,92	− 0,188
279	"	1881	Herrnskretschen	31	2,096	0,0315	0,0660	0,0257	60,2	1,669	1,11	25,88	24,92	+ 0,037
280	"	1885	Rosslau	56	2,096	0,0267	0,0559	0,0237	55,35	1,651	0,820	20,97	24,92	− 0,188
281	"	1885	"	56	1,130	0,0400	0,0452	0,0231	50,00	1,631	0,769	22,14	24,92	− 0,126
282	"	1885	"	56	1,881	0,0230	0,0433	0,0208	62,10	1,676	0,872	25,01	24,92	+ 0,004
283	"	1885	"	56	1,906	0,0215	0,0410	0,0202	62,3	1,676	0,910	24,70	24,92	− 0,037
284	"	1885	"	56	1,810	0,0220	0,0398	0,0173	31,5	1,539	0,720	27,02	24,92	+ 0,078
285	"	1885	"	56	1,806	0,0213	0,0385	0,0196	62,0	1,675	0,850	25,89	24,92	+ 0,037
286	"	1886	"	56	1,999	0,0180	0,0359	0,0190	59,3	1,666	0,811	25,61	24,92	+ 0,027
287	"	1885	"	56	1,850	0,0120	0,0222	0,0149	31,5	1,539	0,692	30,14	24,92	+ 0,173
288	"	—	Magdeburg	56	1,51	0,0360	0,0544	0,0233	57,8	1,661	0,730	18,86	24,92	− 0,321
289	"	—	"	56	1,39	0,0360	0,0504	0,0225	57,8	1,661	0,758	20,28	24,92	− 0,229
290	"	—	Sobieslau	56	0,51	0,0376	0,01917	0,0138	20,4	1,458	0,230	11,43	24,92	− 1,180
291	"	1892	Galliner Durchstich	56	1,120	0,0300	0,03360	0,01831	50,0	1,632	0,743	24,83	24,92	− 0,004
292	"	1892	Galliner Durchstich	56	1,851	0,0225	0,04164	0,0277	52,8	1,640	0,956	21,37	24,92	− 0,166
293	"	1885	Mühlberg	56	1,459	0,0080	0,01162	0,01076	57,5	1,658	0,511	28,40	24,92	+ 0,123
294	"	1883	"	56	2,225	0,0151	0,03336	0,01832	58,6	1,662	0,757	25,22	24,92	+ 0,119
295	"	1883	"	56	2,983	0,0185	0,0552	0,02348	56,5	1,655	1,045	28,74	24,92	+ 0,133
296	"	1893	Grosszschepa	56	1,334	0,0143	0,01907	0,01380	54,0	1,648	0,587	26,18	24,92	+ 0,048
297	"	1893	"	56	1,876	0,0200	0,03752	0,01935	56,3	1,654	0,828	25,82	24,92	+ 0,035
298	"	1893	"	56	2,498	0,0254	0,06323	0,02520	57,3	1,658	1,131	27,16	24,92	+ 0,083
299	"	1885	Bartelsweder	56	1,347	0,0150	0,02021	0,01420	68,0	1,694	0,690	28,67	24,92	+ 0,138
300	"	1885	"	56	2,525	0,0139	0,0351	0,01872	72,0	1,706	0,856	26,29	24,92	+ 0,052
301	"	1886	"	56	2,123	0,0179	1,03801	0,01948	75,3	1,717	0,799	23,87	24,92	− 0,044
302	"	—	Hämerten	56	1,080	0,0300	0,0324	0,0180	81,25	1,733	0,728	23,33	24,92	− 0,068
303	"	1884	"	56	2,243	0,0184	0,04127	0,0203	160,0	1,879	0,910	23,86	24,92	− 0,044
304	"	1885	"	56	4,258	0,0240	0,1022	0,0319	374,9	2,100	1,086	16,21	24,92	− 0,537
305	Kocher	1896	Künzelsau	56	0,90	0,0260	0,0234	0,0153	11,25	1,353	0,37	17,87	24,92	− 0,394
306	"	1899	"	56	0,73	0,0075	0,0055	0,0074	11,15	1,352	0,24	24,00	24,92	− 0,038
307	Murr	1890	Steinheim	56	1,14	0,0165	0,0188	0,0137	6,55	1,265	0,30	17,31	24,92	− 0,440
308	"	1894	"	56	1,06	0,0054	0,0057	0,0076	6,50	1,264	0,12	12,56	24,92	− 0,098
309	Neckar	1894	Klingenberg	56	1,48	0,0080	0,0118	0,0109	26,1	1,503	0,42	25,64	24,92	+ 0,028
310	"	1889	"	56	1,93	0,0220	0,0425	0,0206	26,3	1,505	0,58	18,71	24,92	− 0,332
311	"	1892	Untertürkheim	56	1,31	0,0060	0,0078	0,00883	17,3	1,428	0,28	22,26	24,92	− 0,119
312	"	1892	"	56	1,50	0,0200	0,0300	0,01730	17,3	1,428	0,56	22,67	24,92	− 0,099
313	Feistritz	1899	Förtschach	56	0,756	0,0100	0,00756	0,00863	12,8	1,375	0,271	22,66	24,92	− 0,100
314	Donau	1894	Beuron	56	1,03	0,0812	0,0836	0,0290	12,75	1,373	0,72	18,08	24,92	− 0,378
315	"	1894	Zell	56	0,87	0,0430	0,0372	0,0193	13,45	1,385	0,67	25,06	24,92	+ 0,006
316	"	1894	"	56	1,45	0,0292	0,0424	0,0206	15,85	1,546	1,09	34,20	24,92	+ 0,271
317	"	1894	Munderkingen	56	1,07	0,0280	0,0303	0,0175	14,02	1,390	0,59	24,26	24,92	− 0,027
318	"	1894	"	56	1,98	0,0600	0,1189	0,0345	15,05	1,403	1,12	23,13	24,92	− 0,077
319	"	1894	Hundersingen	56	0,63	0,1020	0,0643	0,0253	18,00	1,597	0,46	11,37	24,92	− 1,192
320	"	1894	"	56	1,09	0,1020	0,1112	0,0333	19,15	1,654	0,97	17,60	24,92	− 0,416
321	"	1894	Berg	56	0,80	0,0730	0,0585	0,0242	18,05	1,435	0,70	20,17	24,92	− 0,235
322	"	1894	"	56	1,42	0,0980	0,1392	0,0373	23,80	1,780	1,25	18,82	24,92	− 0,324
323	Donaukanal	1899	Donaukanal	56	2,27	0,0207	0,0465	0,0215	19,85	1,453	0,63	20,12	24,92	− 0,239
324	"	1899	"	56	3,36	0,0345	0,1160	0,0340	24,40	1,705	1,27	20,78	24,92	− 0,200
325	"	1899	"	56	3,47	0,0351	0,1220	0,0349	24,90	1,807	1,40	22,18	24,92	− 0,124
326	"	1899	"	56	4,77	0,0391	0,1862	0,0431	26,90	1,509	1,98	30,38	24,92	+ 0,180
327	"	1899	"	56	5,94	0,0360	0,2137	0,0462	29,91	1,528	2,62	37,13	24,92	+ 0,329
328	Donau	1894	Gögglingen	56	0,60	0,1770	0,1061	0,3259	25,05	1,495	0,83	17,04	24,92	− 0,462
329	"	1894	"	56	1,36	0,0940	0,1279	0,3572	26,62	1,508	1,23	22,82	24,92	− 0,092
330	"	1894	Steinheil	56	0,96	0,1200	0,1152	0,03392	33,65	1,553	1,03	19,55	24,92	− 0,786
331	"	1894	"	56	1,38	0,0860	0,1187	0,0343	34,25	1,556	1,30	19,35	24,92	− 0,288
332	"	1893	Ulm	56	0,75	0,2700	0,2025	0,04504	39,15	1,582	1,06	14,85	24,92	− 0,678
333	"	1894	"	56	0,93	0,1200	0,1116	0,03340	40,00	1,587	1,19	22,40	24,92	− 0,112
334	"	1894	"	56	1,15	0,0780	0,0897	0,02992	41,20	1,593	1,45	36,76	24,92	+ 0,322
335	"	1899	Kaiser-Franz-Joseph-Brücke	56	3,40	0,0412	0,1401	0,03742	68,65	1,695	1,52	23,87	24,92	− 0,044
336	"	1899	"	56	3,58	0,0508	0,1818	0,04261	131,05	1,839	2,01	25,63	24,92	+ 0,028
337	"	1899	"	56	4,76	0,0557	0,2651	0,05143	133,25	1,842	2,51	25,88	24,92	+ 0,037
338	"	1899	"	56	3,60	0,0602	0,2166	0,04660	345,80	2,076	2,40	24,79	24,92	− 0,005
339	"	1899	"	56	4,51	0,0550	0,2754	0,05242	395,90	2,111	2,41	24,10	24,92	− 0,034
340	"	1899	"	56	4,94	0,0500	0,247	0,04966	402,25	2,117	2,49	23,66	24,92	− 0,053

Laufende Nr.	Gewässer	Jahr	Ort	Literatur-Nachweis Nr.	t	100 I	100 t I	$\sqrt{t I}$	B	$\sqrt[8]{B}$	v	m: per Messung m_0	m: im Durchschnitt m	$\frac{m_0 - m}{m_0}$
341	Donau	1897	Kuchelau	56	2,39	0,0550	0,1315	0,03642	143,25	1,860	1,69	24,90	24,92	− 0,001
342	"	1897	"	56	3,28	0,0550	0,1803	0,04244	145,00	1,864	1,94	24,49	24,92	− 0,017
343	"	1897	"	56	4,22	0,0486	0,2051	0,04525	214,00	1,956	2,02	22,78	24,92	− 0,094
344	"	1897	Wiener Durchstich	56	2,31	0,0630	0,1455	0,03812	135,95	1,848	1,55	21,88	24,92	− 0,140
345	"	1897	"	56	3,41	0,0573	0,1954	0,0442	139,50	1,856	1,93	23,50	24,92	− 0,060
346	Drau	1899	Villach	56	1,904	0,056	1,1066	0,03260	27,05	1,510	1,066	21,64	24,92	− 0,152
	3. Ströme.													
347	Elbe	—	Lenzen	56	2,23	0,0050	0,0111	0,0105	61,25	1,674	0,612	34,81	29,63	+ 0,149
348	"	—	"	56	2,20	0,0050	0,0110	0,0105	58,25	1,662	0,582	33,35	29,63	+ 0,112
349	"	1884	Darchau	56	3,744	0,0128	0,0479	0,0219	310,75	2,049	0,853	19,01	29,63	− 0,559
350	"	1884	"	56	2,577	0,0118	0,0304	0,0174	310,75	2,048	0,848	23,79	29,63	− 0,245
351	"	1884	"	56	2,529	0,0121	0,0304	0,0174	309,75	1,955	0,801	23,56	29,63	− 0,258
352	"	1884	"	56	2,470	0,0113	0,0279	0,0167	213,75	1,954	0,775	23,75	29,63	+ 0,248
353	"	1884	"	56	1,210	0,0140	0,01694	0,0130	212,40	1,831	0,586	24,62	29,63	− 0,203
354	"	1884	"	56	1,210	0,0140	0,01694	0,0130	126,50	1,831	0,579	24,33	29,63	− 0,218
355	"	1897	Artlenburg	56	1,520	0,0020	0,00304	0,0130	126,50	1,848	0,413	40,56	29,63	+ 0,269
356	"	1897	"	56	1,470	0,0020	0,00294	0,00542	136,25	1,848	0,441	44,10	29,63	+ 0,328
357	"	1884	"	56	2,642	0,0089	0,02351	0,00943	139,2	1,854	0,668	38,21	29,63	+ 0,225
358	"	1881	Altengamm	56	5,333	0,0152	0,08110	0,02852	295,5	2,036	1,17	20,16	29,63	− 0,470
359	"	—	Dom	56	1,26	0,0070	0,00882	0,00939	80,80	1,732	0,569	34,99	29,63	+ 0,153
360	"	—	"	56	1,28	0,0029	0,00371	0,00609	80,80	1,732	0,636	60,29	29,63	+ 0,509
361	"	1895	Havelsberg	56	1,07	0,0074	0,00792	0,0089	27,5	1,513	0,455	33,79	29,63	+ 0,123
362	"	1895	"	56	1,68	0,0019	0,00319	0,00565	28,0	1,517	0,321	37,45	29,63	+ 0,209
363	"	1892	Torgau	56	1,21	0,0120	0,01452	0,01203	58,2	1,662	0,546	27,30	29,63	− 0,085
364	"	1885	"	56	1,333	0,0223	0,02952	0,01717	55,0	1,650	0,723	25,50	29,63	− 0,162
365	"	1885	"	56	1,708	0,0172	0,02941	0,01713	57,7	1,660	0,881	30,96	29,63	+ 0,043
366	"	1893	Schöna	56	1,350	0,0153	0,02117	0,01454	56,5	1,656	0,515	20,60	29,63	− 0,438
367	"	1893	"	56	2,084	0,0185	0,03859	0,01962	59,5	1,667	0,746	22,78	29,63	− 0,257
368	"	1893	"	56	2,508	0,0233	0,05843	0,02425	60,0	1,668	0,944	23,56	29,63	− 0,258
369	"	1893	Kötschenbroda	56	1,285	0,0029	0,00372	0,00610	80,0	1,730	0,380	36,08	29,63	+ 0,179
370	"	1893	"	56	2,855	0,0090	0,02569	0,01602	91,0	1,757	0,824	29,90	29,63	+ 0,009
371	"	1893	"	56	3,436	0,0089	0,03437	0,01851	94,1	1,763	1,024	31,59	29,63	+ 0,062
372	"	1885	Barby	56	1,491	0,0181	0,02701	0,01642	80,9	1,763	0,787	27,66	29,63	− 0,071
373	"	1885	"	56	1,583	0,0183	0,02899	0,0170	81,6	1,732	0,816	27,69	29,63	− 0,070
374	"	1885	"	56	2,130	0,0213	0,0454	0,0213	84,0	1,739	0,887	24,23	29,63	− 0,223
375	Havel	1895	Havelsberg	56	1,07	0,0074	0,00792	0,00890	27,5	1,513	0,455	33,79	29,63	+ 0,123
376	"	1895	"	56	1,68	0,0019	0,00319	0,00565	28,0	1,517	0,321	37,45	29,63	+ 0,209
377	San	1897	Radomischl	56	0,640	0,0345	0,0221	0,0149	82,0	1,375	0,530	20,50	29,63	− 0,445
878	"	1897	Grabowice	56	0,970	0,0065	0,0063	0,00794	26,0	1,503	0,484	40,56	29,63	+ 0,270
379	"	—	Rzuchow	56	1,42	0,0020	0,00284	0,00533	45,5	1,612	0,353	41,09	29,63	+ 0,279
380	"	1897	Ujscie	56	1,82	0,0015	0,00273	0,00523	38,2	1,577	0,289	35,04	29,63	+ 0,154
381	Wolga	1890	Szamara	56	11,536	0,0051	0,05883	0,0242	693,3	2,265	1,259	22,95	29,63	− 0,291
382	"	1890	"	56	8,965	0,0044	0,03945	0,0198	674,0	2,257	1,089	24,37	29,63	− 0,216
383	"	1888	"	56	7,058	0,0042	0,02964	0,0172	648,2	2,246	0,954	24,69	29,63	− 0,200
384	"	1890	"	56	6,847	0,0033	0,0226	0,0150	636,6	2,241	0,871	25,91	29,63	− 0,144
385	"	1888	"	56	5,337	0,0032	0,01710	0,0131	616,9	2,232	0,755	25,82	29,63	− 0,109
386	"	1889	"	56	5,808	0,0028	0,0163	0,0128	607,1	2,228	0,677	23,74	29,63	− 0,248
387	"	1890	"	56	4,453	0,0024	0,0107	0,0103	557,6	2,204	0,557	24,54	29,63	− 0,207
388	"	1889	Shiguly II	56	6,583	0,0042	0,02765	0,0166	922,2	1,347	0,765	19,63	29,63	− 0,509
389	"	1889	"	56	13,574	0,0017	0,02307	0,0152	1332,7	2,458	0,961	25,72	29,63	− 0,152
390	"	1889	"	56	10,604	0,0014	0,01484	0,0122	1308,3	2,452	0,866	28,95	29,63	− 0,023
391	Donau	1894	Scheer	56	1,37	0,0120	0,01640	0,0128	5,08	1,225	0,50	31,85	29,63	+ 0,070
392	"	1894	"	56	1,98	0,0130	0,0254	0,0160	15,15	1,405	0,74	32,87	29,63	+ 0,099

3. Normale Messungen an kreisrunden Röhren.

a) Berechnung von $k = v \cdot \frac{\sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}}$ verschiedener Messungen aus Iben's Werk.

Laufende Nr.	Gerinne	Versuch-Nr.	Literatur-Nachweis-Nr.	R	1000 I	1000 Q	$100000\frac{QI}{2}$	$\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}$	$\sqrt[4]{R}$	v	$v\sqrt[4]{R}$	$k = v\frac{\sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}}$ per Reihe k_0	im Durchschnitt k	$\frac{k_0 - k}{k_0}$	$m_r = \sqrt{[illegible]}$
393	Stuttgart, Gusseisen, neu	VI	63	0,025	1,67	0,387	0,3064	0,0067	0,398	0,187	0,0714	10,59	11,50	— 0,086	48,88
394	„ „	VI	63	0,025	15,66	1,1549	9,035	0,0208	0,398	0,588	0,234	11,29	11,50	— 0,027	48,88
395	„ „	VI	63	0,025	35,71	1,765	31,51	0,0316	0,398	0,899	0,358	11,32	11,50	— 0,016	48,88
396	Hamburg, Gusseisen neu, geteert	Va	63	0,038	10,30	17,6	90,64	0,0449	0,442	0,97	0,429	9,55	11,50	— 0,204	48,88
397	„ „	Va	63	0,038	18,70	24,5	229,1	0,0612	0,442	1,35	0,597	9,75	11,50	— 0,179	48,88
398	„ „	Va	63	0,038	27,52	29,6	407,3	0,0741	0,442	1,63	0,720	9,72	11,50	— 0,183	48,88
399	„ „	I	63	0,051	6,56	5,23	17,15	0,0258	0,475	0,64	0,304	11,80	11,50	+ 0,025	48,88
400	„ „	I	63	0,051	11,07	6,86	37,96	0,0336	0,475	0,84	0,399	11,88	11,50	+ 0,032	48,88
401	„ „	IV	63	0,076	4,59	10,9	25,01	0,0292	0,525	0,598	0,314	10,73	11,50	— 0,072	48,88
402	„ „	IV	63	0,076	16,21	21,8	176,6	0,0561	0,525	1,199	0,629	11,22	11,50	— 0,025	48,88
403	„ „	IV	63	0,076	30,27	29,4	444,9	0,0763	0,525	1,621	0,851	11,15	11,50	— 0,031	48,88
404	„ „	V	63	0,076	3,53	12,9	22,76	0,0283	0,525	0,71	0,373	(13,18)	11,50	—	48,88
405	„ „	V	63	0,076	29,99	30,7	460,3	0,0772	0,525	1,69	0,887	11,35	11,50	— 0,013	48,88
406	„ „	V	63	0,076	68,10	48,3	1644,6	0,1180	0,525	2,66	1,397	11,84	11,50	+ 0,029	48,88
407	Stuttgart, Gusseisen rein, geteert	III	63	0,1276	0,781	17,53	6,84	0,0190	0,597	0,349	0,208	10,95	11,50	— 0,050	69,20
408	„ „	III	63	0,1276	1,166	21,19	12,4	0,0232	0,597	0,421	0,251	10,82	11,50	— 0,063	69,20
409	„ „	III	63	0,1276	1,322	22,98	15,19	0,0247	0,597	0,457	0,273	11,05	11,50	— 0,041	69,20
410	„ „	III	63	0,1276	1,339	23,07	15,45	0,0249	0,597	0,459	0,274	11,00	11,50	— 0,045	69,20
411	„ „	III	63	0,1276	2,150	29,14	31,32	0,0315	0,597	0,580	0,346	10,98	11,50	— 0,047	69,20
412	„ „	III	63	0,1276	3,223	35,44	57,11	0,0385	0,597	0,705	0,421	10,94	11,50	— 0,051	69,20
413	„ „	III	63	0,1276	4,596	41,09	94,42	0,0455	0,597	0,817	0,488	10,72	11,50	— 0,073	69,20
414	„ „	I	63	0,126	0,0174	3,05	0,02653	0,00298	0,596	0,061	0,0364	12,20	11,50	+ 0,057	69,20
415	„ „	I	63	0,126	0,0783	6,03	0,2361	0,00618	0,596	0,121	0,0721	11,67	11,50	+ 0,015	69,20
416	„ „	I	63	0,126	0,406	14,31	2,904	0,0143	0,596	0,287	0,171	11,96	11,50	+ 0,038	69,20
417	Hamburg, Gusseisen, neu, geteert	X	63	0,1525	0,040	8,00	0,160	0,00543	0,625	0,11	0,06875	12,66	11,50	+ 0,092	69,20
418	„ „	X	63	0,1525	0,2658	19,3	2,55	0,0137	0,625	0,26	0,1625	11,86	11,50	+ 0,030	69,20
419	„ „	X	63	0,1525	0,5994	29,3	8,78	0,0206	0,625	0,41	0,256	12,42	11,50	+ 0,074	69,20
420	„ „	X	63	0,1525	1,006	39,0	19,62	0,0270	0,625	0,53	0,331	12,25	11,50	+ 0,061	69,20
421	„ „	X	63	0,1525	1,493	48,3	36,05	0,0330	0,625	0,66	0,413	12,52	11,50	+ 0,081	69,20
422	„ „	X	63	0,1525	1,894	54,9	52,0	0,0373	0,625	0,75	0,469	12,57	11,50	+ 0,085	69,20
423	„ „	X	63	0,1525	2,838	67,5	95,8	0,0458	0,625	0,92	0,575	12,55	11,50	+ 0,084	69,20
424	„ „	X	63	0,1525	3,941	80,3	158,2	0,0541	0,625	1,10	0,688	12,72	11,50	+ 0,096	69,20
425	„ „	X	63	0,1525	7,000	107,6	376,6	0,0722	0,625	1,47	0,919	12,73	11,50	+ 0,097	69,20
426	„ „	X	63	0,1525	11,22	135,0	757,3	0,0911	0,615	1,85	1,156	12,69	11,50	+ 0,094	69,20
427	„ „	XIX	63	0,254	0,12	46,0	2,76	0,0140	0,710	0,227	0,161	11,51	11,50	+ 0,001	69,20
428	„ „	XIX	63	0,254	0,76	119,0	45,22	0,0356	0,710	0,587	0,417	11,71	11,50	+ 0,018	69,20
429	„ „	XIX	63	0,254	1,21	152,0	91,96	0,0451	0,710	0,750	0,532	11,81	11,50	+ 0,026	69,20
430	Glasgow, Loch Katrine, rein	—	65	0,6095	0,947	1,231	582,8	0,0835	0,884	1,055	0,932	11,17	11,50	— 0,030	69,20
431	Hamburg, Gusseisen, schwach inkrustiert, schwache Knollenbildung	XI	63	0,1525	0,76	26,3	9,994	0,0215	0,625	0,36	0,225	10,47	10,40	+ 0,007	42,04
432	„ „	XI	63	0,1525	2,99	52,6	78,63	0,0428	0,625	0,72	0,450	10,51	10,40	+ 0,010	42,04

Laufende Nr.	Gerinne	Versuch-Nr.	Literatur-Nachweis-Nr.	R	1000 I	1000 Q	$1000000 \frac{QI}{2}$	$\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}$	$\sqrt[4]{R}$	v	$v\sqrt[4]{R}$	$k = v\frac{\sqrt[4]{R}}{\sqrt[3]{\frac{QI}{2}}}$ per Reihe k_0	im Durchschnitt k	$\frac{k_0 - k}{k_0}$	$m_r = \sqrt{\frac{k^{8/3}}{2}}$
433	Edinburgh, Crawley Pipe	XVI Humber	65	0,1905	5,09	119,7	304,6	0,0673	0,661	1,05	0,694	10,31	10,40	− 0,009	42,04
434	New-York, Fanning	XXI	65	0,457	1,80	599,7	539,7	0,0814	0,822	0,914	0,751	9,23	10,40	− 0,13	42,04
435	" " "	XXI	65	0,254	0,95	88,78	42,17	0,0348	0,710	0,438	0,311	9,22	10,40	− 0,13	42,04
436	Edinburgh, Colit. Pipe	—	65	0,203	14,18	269,5	1910,7	0,124	0,672	2,081	1,398	11,28	10,40	+ 0,08	42,04
437	" " "	—	65	0,203	8,93	207,7	927,3	0,0975	0,672	1,604	1,078	11,05	10,40	+ 0,06	42,04
438	" " "	—	65	0,203	48,3	573,5	13850,0	0,0240	0,672	4,428	2,975	11,15	10,40	+ 0,07	42,04
439	Hamburg, stark inkrustierte Leitung	XVa	63	0,1525	0,42	9,5	1,995	0,0126	0,625	0,13	0,0812	6,45	6,73	− 0,04	21,88
440	" "	XVa	63	0,1525	0,76	13,2	5,016	0,0171	0,625	0,18	0,113	6,58	6,73	− 0,02	21,88
441	" "	XVa	63	0,1525	5,00	34,4	86,00	0,0441	0,625	0,47	0,294	6,66	6,73	− 0,011	21,88
442	" "	XVa	63	0,1525	11,05	52,6	290,6	0,0662	0,625	0,72	0,450	6,80	6,73	+ 0,01	21,88
443	" "	XVa	63	0,1525	16,43	63,6	522,4	0,0805	0,625	0,87	0,543	6,75	6,73	− 0,003	21,88
444	" "	XVa	63	0,1525	23,11	78,2	903,6	0,0967	0,625	1,07	0,668	6,92	6,73	+ 0,03	21,88
445	" "	XVa	63	0,1525	38,03	97,2	1848,0	0,0123	0,625	1,33	0,831	6,76	6,73	+ 0,004	21,88
446	" "	XV	63	0,1525	7,50	43,1	161,6	0,0545	0,625	0,59	0,368	6,77	6,73	+ 0,006	21,88
447	" "	XV	63	0,1525	23,86	78,9	941,2	0,0980	0,625	1,08	0,675	6,88	6,73	+ 0,022	21,88
448	Christen, Holzdeichel, gut gebohrt doch stark zerfasert	1	—	0,021	11,6	0,494	5,734	0,01789	0,3805	0,357	0,1358	7,58	7,72	− 0,02	26,88
449	" " "	2	—	0,021	5,82	0,369	2,148	0,01291	0,3805	0,267	0,1015	7,86	7,72	+ 0,02	26,88

b) Berechnung von $m_r = \frac{v}{R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}}$ der Messungen von Darcy, Dubuat, Gerstner, Weisbach etc.

Laufende Nr.	Gerinne	Literatur-Nachweis-Nr.	R	I	v	m_r: $m_0 = \frac{v}{R^{\frac{5}{8}} I^{\frac{1}{2}}}$	im Durchschnitt m	$\frac{m_0 - m}{m_0}$	$k = \sqrt[3]{\frac{2 m^2}{\pi}}$
450	Messingröhren, Weisbach	59	0,005	8,1692	8,637	82,87	82,38	+ 0,006	16,29
451	" "	59	0,005	49,654	20,990	81,69	82,38	− 0,008	16,29
452	" "	59	0,007	5,501	8,660	82,06	82,38	− 0,004	16,29
453	" "	59	0,007	83,510	21,590	82,90	82,38	+ 0,006	16,29
454	Zinkblechrohr, Weisbach	59	0,01236	4,243	9,185	70,47	74,37	− 0,055	15,21
455	" "	59	0,01236	1,621	6,243	77,49	74,37	+ 0,040	15,21
456	" "	59	0,01236	0,952	4,732	76,64	74,37	+ 0,030	15,21
457	" "	59	0,01236	0,457	3,191	72,90	74,37	− 0,020	15,21
458	Galvanisiertes Rohr, Christen	—	0,0203	0,01422	0,677	64,99	62,87	+ 0,033	13,61
459	" " "	—	0,0203	0,01005	0,533	60,75	62,87	− 0,035	13,61
460	Gusseisen, neu, ungeteert, Darcy	58	0,0203	0,02255	1,185	53,41	56,75	− 0,062	12,70
461	" " " "	58	0,0203	0,09547	2,453	58,50	56,75	+ 0,030	12,70
462	" " " "	58	0,04095	0,17072	3,265	58,23	56,75	+ 0,025	12,70
463	" " " "	58	0,0685	0,01260	1,279	60,87	56,75	+ 0,068	12,70
464	" " " "	58	0,0685	0,03318	2,098	62,24	56,75	+ 0,088	12,70
465	" " " "	58	0,0685	0,16756	4,693	61,24	56,75	+ 0,073	12,70
466	" " " "	58	0,094	0,00027	0,205	54,69	56,75	− 0,038	12,70
467	" " " "	58	0,094	0,00368	0,758	54,77	56,75	− 0,036	12,70

Laufende Nr.	Gerinne	Literatur-Nachweis-Nr.	R	I	v	$m_r = \frac{v}{\sqrt{RI}}$	m im Durchschnitt	$\frac{m_r - m}{m}$	$k = \sqrt{\frac{u\,m^2}{n}}$
469	Gusseisen, neu, ungeteert, Darcy	36	[illegible]	[illegible]	1.128	55.22	56.73	— [illegible]	12.70
470	"	36	[illegible]	[illegible]	2.506	56.28	56.73	— [illegible]	12.70
471	"	36	[illegible]	[illegible]	4.025	56.35	56.73	— [illegible]	12.70
472	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	58.65	56.73	— [illegible]	12.70
473	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	52.44	56.73	— [illegible]	12.70
474	Gusseisen, gereinigt, ungeteert, Darcy	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	53.53	57.54	— [illegible]	22.96
475	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	54.70	57.54	— [illegible]	22.96
476	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
477	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	54.30	57.54	— [illegible]	22.96
478	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	54.30	57.54	— [illegible]	22.96
479	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
480	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
481	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
482	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
483	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	45.86	57.54	— [illegible]	22.96
484	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
485	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
486	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.54	— [illegible]	22.96
487	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.74	57.54	— [illegible]	22.96
488	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.55	57.54	— [illegible]	22.96
489	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.48	57.54	— [illegible]	22.96
490	Gusseisen, mit Depot, Darcy	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
491	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
492	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
493	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
494	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
495	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
496	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
497	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
498	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
499	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
500	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.53	— [illegible]	6.52
501	Weissblech, Darcy	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	61.48	— [illegible]	33.41
502	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	61.48	— [illegible]	33.41
503	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	62.71	61.48	— [illegible]	33.41
504	Schmiedeeisen, Darcy, teilweise [illegible]	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.96	— [illegible]	[illegible]
505	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.96	— [illegible]	[illegible]
506	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.96	— [illegible]	[illegible]
507	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.96	— [illegible]	[illegible]
508	"	36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57.96	— [illegible]	[illegible]

4. Abnorme Messungen an kreisrunden Röhren

von [illegible] [illegible] [illegible] Weisbach.

Laufende Nr.	Gerinne	Literatur-Nachweis-Nr.	R	I	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	Schmiedeeisen, [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Laufende Nr.	Gerinne	Literatur-Nachweis-Nr.	R	I	v gemessen	x $\frac{\log v_2 - \log v_1}{\log I_2 - \log I_1}$	m angenommen zu	v_1 $mR^{\frac{5}{8}}I^{\frac{1}{2}}$	$1 - \frac{v}{v_1}$	Obere kritische Geschwindigkeit
522	Schmiedeisen, Darcy	58	0,01975	0,17553	2,305	0,488	57,68	2,079	−0,109	0,578
523	" "	58	0,01975	0,22408	2,597	—	57,68	2,349	−0,106	0,578
524	Reine Gussleitungen, Hamburg II	63	0,051	0,00975	0,850	0,549	48,88	0,751	−0,132	0,224
525	" " "	63	0,051	0,03372	1,68	—	48,88	1,397	−0,203	0,224
526	" " Stuttgart IV	63	0,0555	0,00287	0,405	0,538	48,88	0,430	+0,058	0,206
527	" " " "	63	0,0555	0,00643	0,625	—	48,88	0,643	+0,028	0,206
528	" " Stuttgart II	63	0,101	0,000377	0,222	0,528	48,88	0,380	+0,416	0,088
529	" " " "	63	0,101	0,000850	0,341	0,554	48,88	0,571	+0,403	0,088
530	" " " "	63	0,101	0,001332	0,441	0,454	48,88	0,731	+0,397	0,088
531	" " " "	63	0,101	0,001883	0,516	—	48,88	0,849	+0,392	0,088
532	" " Danziger Versuche	63	0,209	0,00059	0,481	0,532	48,88	0,446	−0,078	0,055
533	" " " "	63	0,209	0,00138	0,756	0,626	48,88	0,683	−0,107	0,055
534	" " " "	63	0,209	0,00195	0,942	—	48,88	0,811	−0,161	0,055
535	Stark inkrustiertes Gusseisen, Hamburg III	63	0,051	0,03239	0,32	0,538	21,88	0,613	+0,478	0,224
536	" " " " "	63	0,051	0,15036	0,73	—	21,88	1,319	+0,447	0,224
537	" " " " VII	63	0,076	0,01310	0,383	0,626	21,88	0,5003	+0,234	0,150
538	" " " " "	63	0,076	0,02444	0,566	—	21,88	0,683	+0,171	0,150
539	" " " " VIIa	63	0,076	0,00967	0,246	0,656	21,88	0,430	+0,428	0,150
540	" " " " "	63	0,076	0,01898	0,383	0,588	21,88	0,602	+0,364	0,150
541	" " " " "	63	0,076	0,03688	0,566	—	21,88	0,839	+0,325	0,150
542	Bleiröhren, Darcy	58	0,025	0,00362	0,276	0,573	82	0,492	+0,439	0,457
543	" "	58	0,025	0,00778	0,428	0,565	82	0,721	+0,406	0,457
544	" "	58	0,025	0,02310	0,792	0,574	82	1,243	+0,363	0,457
545	" "	58	0,025	0,05600	1,316	0,558	82	1,935	+0,310	0,457
546	" "	58	0,025	0,11074	1,925	0,500	82	2,721	+0,203	0,457
547	" "	58	0,025	0,15880	2,305	—	82	3,258	+0,203	0,457
548	" "	58	0,0135	0,00814	0,332	0,572	82	0,502	+0,339	0,847
549	" "	58	0,0135	0,02268	0,597	0,614	82	0,838	+0,882	0,847
550	" "	58	0,0135	0,05436	1,021	0,520	82	1,297	+0,213	0,847
551	" "	58	0,0135	0,10500	1,438	0,467	82	1,803	+0,202	0,847
552	" "	58	0,0135	0,14632	1,679	—	82	2,128	+0,211	0,847
553	" "	58	0,007	0,00862	0,246	0,553	82	0,343	+0,283	1,632
554	" "	58	0,007	0,02526	0,446	0,557	82	0,586	+0,239	1,632
555	" "	58	0,007	0,06146	0,732	0,577	82	0,915	+0,200	1,632
556	" "	58	0,007	0,11438	1,048	0,674	82	1,248	+0,160	1,632
557	" "	58	0,007	0,16148	1,290	—	82	1,481	+0,129	1,632
558	Bleiröhren, Reynolds	80	0,00635	0,2148	1,511	0,575	82	1,609	+0,061	1,798
559	" "	80	0,00635	0,6281	2,787	0,646	82	2,752	−0,013	1,798
560	" "	80	0,00635	1,466	4,820	0,459	82	4,204	−0,147	1,798
561	" "	80	0,00635	2,717	6,398	0,558	82	5,722	−0,118	1,798
562	" "	80	0,00635	3,244	7,064	—	82	6,253	−0,130	1,798
563	" "	80	0,00307	0,0682	0,511	0,324	82	0,576	+0,113	3,720
564	" "	80	0,00307	0,1375	0,6413	0,496	82	0,817	+0,215	3,720
565	" "	80	0,00307	0,1718	0,7162	0,593	82	0,914	+0,216	3,720
566	" "	80	0,00307	2,042	3,112	0,576	82	3,150	+0,012	8,720
567	" "	80	0,00307	0,3014	1,033	—	82	1,210	+0,146	3,720
568	Glasröhren, Dubuat	80	0,00327	0,0574	0,387	0,551	82	0,549	+0,205	3,496
569	" "	80	0,00327	0,2031	0,776	0,590	82	1,033	+0,249	3,496
570	" "	80	0,00327	0,5563	1,406	—	82	1,711	+0,178	3,496
571	Glasröhren, Gerstner	8	0,0069	0,0236	0,433	0,584	82	0,562	+0,230	1,656
572	" "	8	0,0069	0,2109	1,557	0,560	82	1,679	+0,073	1,656
573	" "	8	0,0069	0,4601	2,409	—	82	2,480	+0,029	1,656
574	" "	8	0,0055	0,0268	0,352	0,598	82	0,508	+0,307	2,157
575	" "	8	0,0055	0,2424	1,313	0,597	82	1,526	+0,140	2,157
576	" "	8	0,0055	0,5252	2,084	—	82	2,247	+0,073	2,157
577	" "	8	0,0036	0,02780	0,298	0,543	82	0,406	+0,266	0,317
578	" "	8	0,0036	0,3125	1,110	0,731	82	1,361	+0,184	0,317
579	" "	8	0,0036	0,5806	1,746	—	82	1,855	+0,059	0,317
580	Glasröhren, Weisbach	59	0,005125	8,118	8,514	—	82	8,652	+0,016	2,228
581	" "	59	0,005125	9,400	10,178	—	82	11,465	+0,112	2,228
582	Glasröhren, Darcy	58	0,02484	0,00345	0,312	0,549	82	0,478	+0,347	0,460
583	" "	58	0,02484	0,00771	0,485	0,552	82	0,715	+0,322	0,460
584	" "	58	0,02484	0,02318	0,893	0,554	82	1,240	+0,280	0,460
585	" "	58	0,02485	0,05762	1,478	0,534	82	1,955	+0,244	0,460
586	" "	58	0,02484	0,11191	2,108	—	82	2,724	+0,226	0,460
587	Asphaltüberzug an Blechrohr, Darcy	58	0,0134	0,02115	0,567	0,552	82	0,805	+0,296	0,853
588	" " " "	58	0,0134	0,11846	1,467	0,559	82	1,906	+0,231	0,853
589	" " " "	58	0,0134	0,30714	2,50	—	82	3,068	+0,186	0,853
590	" " " "	58	0,0413	0,01220	0,950	0,564	82	1,236	+0,232	0,277
591	" " " "	58	0,0413	0,04070	1,874	0,560	82	2,257	+0,170	0,277
592	" " " "	58	0,0413	0,10654	3,211	0,507	82	3,703	+0,133	0,277
593	" " " "	58	0,0413	0,15605	3,897	—	82	4,420	+0,118	0,277
594	" " " "	58	0,098	0,00580	1,076	0,576	82	1,463	+0,265	0,117
595	" " " "	58	0,098	0,02100	2,259	0,547	82	2,784	+0,189	0,117
596	" " " "	58	0,098	0,03640	3,052	0,562	82	3,665	+0,165	0,117
597	" " " "	58	0,098	0,12156	6,010	—	82	6,698	+0,103	0,117
598	" " " "	58	0,1425	0,00070	0,395	0,600	82	0,642	+0,385	0,080
599	" " " "	58	0,1425	0,00433	1,179	0,540	82	1,597	+0,261	0,080
600	" " " "	58	0,1425	0,01190	2,034	0,531	82	2,647	+0,232	0,080
601	" " " "	58	0,1425	0,02807	3,207	—	82	4,065	+0,211	0,080

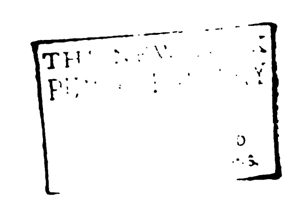
Wurzel-Tabelle.

Beispiel 1. $\sqrt[8]{7564} = \sqrt[8]{7{,}564} \cdot \sqrt[8]{1000} = 1{,}287 \cdot 2{,}3713 = 3{,}052.$

Beispiel 2. $\sqrt[3]{0{,}000135} = \frac{\sqrt[3]{1{,}35}}{\sqrt[3]{10000}} = \frac{1{,}105}{21{,}544} = 0{,}0513.$

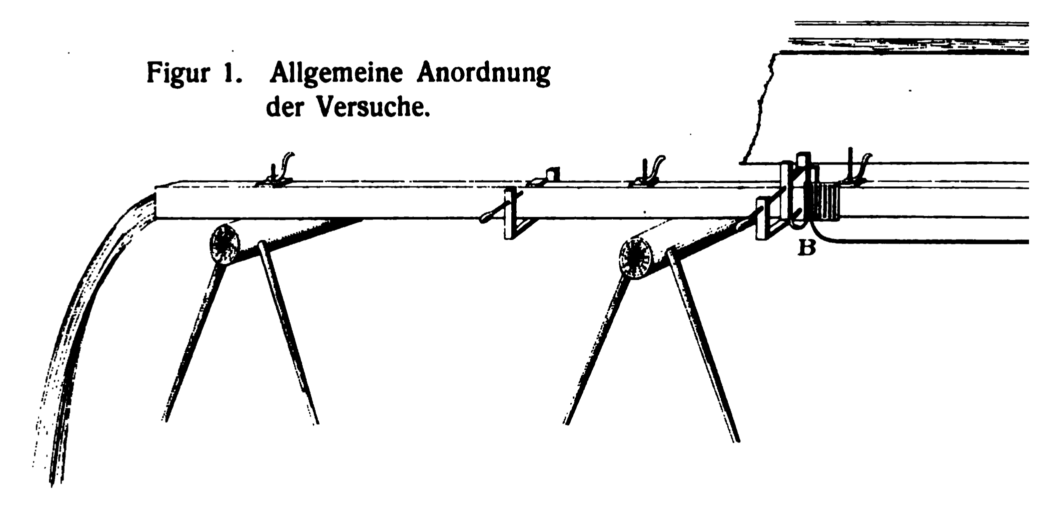
Beispiel 3. $\sqrt[12]{\frac{9}{10000}} = \frac{\sqrt[3]{9}\;\sqrt[4]{10000}}{\sqrt[3]{10000}\;\sqrt[4]{9}} = \frac{2{,}080 \cdot 10}{21.544 \cdot 1{,}732} = 0{,}557.$

n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[4]{n}$	$\sqrt[8]{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[4]{n}$	$\sqrt[8]{n}$	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt{n}$	$\sqrt[4]{n}$	$\sqrt[8]{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1,00	1,0000	1,000	1,000	1,000	4,00	2,0000	1,414	1,189	1,587	7,00	2,6457	1,627	1,275	1,913
1,05	1,0247	1,012	1,006	1,016	4,05	2,0125	1,419	1,191	1,594	7,05	2,6552	1,629	1,277	1,917
1,10	1,0488	1,024	1,012	1,032	4,10	2,0248	1,423	1,193	1,600	7,10	2,6646	1,632	1,278	1,922
1,15	1,0724	1,035	1,017	1,048	4,15	2,0371	1,427	1,195	1,607	7,15	2,6739	1,635	1,279	1,926
1,20	1,0954	1,047	1,023	1,063	4,20	2,0494	1,432	1,196	1,613	7,20	2,6833	1,638	1,280	1,931
1,25	1,1180	1,057	1,028	1,077	4,25	2,0615	1,436	1,198	1,620	7,25	2,6926	1,641	1,281	1,935
1,30	1,1402	1,068	1,033	1,091	4,30	2,0736	1,440	1,200	1,626	7,30	2,7018	1,644	1,282	1,940
1,35	1,1619	1,078	1,038	1,105	4,35	2,0857	1,444	1,202	1,632	7,35	2,7111	1,647	1,283	1,944
1,40	1,1832	1,088	1,043	1,119	4,40	2,0976	1,448	1,203	1,639	7,40	2,7203	1,649	1,284	1,949
1,45	1,2042	1,097	1,047	1,132	4,45	2,1095	1,452	1,205	1,645	7,45	2,7295	1,652	1,286	1,953
1,50	1,2247	1,107	1,052	1,145	4,50	2,1213	1,456	1,207	1,651	7,50	2,7386	1,655	1,286	1,957
1,55	1,2450	1,116	1,056	1,157	4,55	2,1331	1,461	1,208	1,657	7,55	2,7477	1,658	1,287	1,962
1,60	1,2649	1,125	1,061	1,170	4,60	2,1448	1,464	1,210	1,663	7,60	2,7568	1,660	1,288	1,966
1,65	1,2845	1,133	1,065	1,182	4,65	2,1564	1,468	1,212	1,669	7,65	2,7659	1,663	1,290	1,970
1,70	1,3038	1,142	1,069	1,193	4,70	2,1679	1,472	1,213	1,675	7,70	2,7749	1,666	1,291	1,975
1,75	1,3229	1,150	1,072	1,205	4,75	2,1794	1,476	1,215	1,681	7,75	2,7839	1,668	1,292	1,979
1,80	1,3416	1,158	1,076	1,216	4,80	2,1909	1,480	1,217	1,687	7,80	2,7928	1,671	1,293	1,983
1,85	1,3601	1,166	1,080	1,227	4,85	2,2023	1,484	1,218	1,693	7,85	2,8018	1,674	1,294	1,987
1,90	1,3784	1,174	1,084	1,236	4,90	2,2136	1,489	1,220	1,698	7,90	2,8107	1,677	1,295	1,992
1,95	1,3964	1,182	1,087	1,249	4,95	2,2249	1,492	1,221	1,704	7,95	2,8196	1,679	1,296	1,996
2,00	1,4142	1,189	1,091	1,260	5,00	2,2361	1,495	1,223	1,710	8,00	2,8284	1,682	1,297	2,000
2,05	1,4318	1,197	1,094	1,270	5,05	2,2472	1,499	1,224	1,715	8,05	2,8372	1,684	1,298	2,004
2,10	1,4491	1,204	1,097	1,281	5,10	2,2583	1,503	1,226	1,721	8,10	2,8460	1,687	1,299	2,008
2,15	1,4663	1,211	1,100	1,291	5,15	2,2694	1,506	1,227	1,727	8,15	2,8548	1,690	1,300	2,012
2,20	1,4832	1,218	1,104	1,301	5,20	2,2803	1,510	1,229	1,732	8,20	2,8636	1,692	1,301	2,016
2,25	1,5000	1,225	1,107	1,310	5,25	2,2913	1,514	1,230	1,738	8,25	2,8723	1,695	1,302	2,021
2,30	1,5166	1,231	1,110	1,320	5,30	2,3022	1,517	1,232	1,743	8,30	2,8810	1,697	1,303	2,025
2,35	1,5330	1,238	1,113	1,329	5,35	2,3130	1,521	1,233	1,749	8,35	2,8896	1,700	1,304	2,029
2,40	1,5492	1,245	1,116	1,339	5,40	2,3238	1,524	1,235	1,754	8,40	2,8983	1,702	1,305	2,033
2,45	1,5653	1,251	1,119	1,348	5,45	2,3345	1,528	1,236	1,760	8,45	2,9069	1,705	1,306	2,037
2,50	1,5811	1,257	1,121	1,357	5,50	2,3452	1,532	1,238	1,765	8,50	2,9155	1,707	1,307	2,041
2,55	1,5969	1,264	1,124	1,366	5,55	2,3558	1,535	1,239	1,770	8,55	2,9240	1,710	1,308	2,045
2,60	1,6124	1,270	1,127	1,375	5,60	2,3664	1,538	1,240	1,776	8,60	2,9326	1,712	1,309	2,049
2,65	1,6279	1,276	1,130	1,384	5,65	2,3770	1,542	1,242	1,781	8,65	2,9411	1,715	1,310	2,053
2,70	1,6432	1,282	1,132	1,393	5,70	2,3875	1,545	1,243	1,786	8,70	2,9496	1,717	1,311	2,057
2,75	1,6583	1,288	1,135	1,401	5,75	2,3979	1,549	1,244	1,791	8,75	2,9580	1,720	1,311	2,061
2,80	1,6733	1,294	1,138	1,410	5,80	2,4083	1,552	1,246	1,797	8,80	2,9665	1,722	1,312	2,065
2,85	1,6882	1,299	1,140	1,418	5,85	2,4187	1,555	1,247	1,802	8,85	2,9749	1,725	1,313	2,068
2,90	1,7029	1,305	1,142	1,426	5,90	2,4290	1,559	1,248	1,807	8,90	2,9833	1,727	1,314	2,072
2,95	1,7176	1,311	1,145	1,434	5,95	2,4393	1,562	1,250	1,812	8,95	2,9917	1,730	1,315	2,076
3,00	1,7320	1,316	1,147	1,442	6,00	2,4495	1,565	1,251	1,817	9,00	3,0000	1,732	1,316	2,080
3,05	1,7464	1,322	1,150	1,450	6,05	2,4597	1,568	1,252	1,822	9,05	3,0083	1,734	1,317	2,084
3,10	1,7607	1,327	1,152	1,458	6,10	2,4698	1,572	1,254	1,827	9,10	3,0166	1,737	1,318	2,088
3,15	1,7748	1,332	1,154	1,466	6,15	2,4800	1,575	1,255	1,832	9,15	3,0249	1,739	1,319	2,001
3,20	1,7888	1,337	1,156	1,474	6,20	2,4900	1,578	1,256	1,837	9,20	3,0331	1,742	1,320	2,095
3,25	1,8028	1,343	1,159	1,481	6,25	2,5000	1,581	1,257	1,842	9,25	3,0414	1,744	1,321	2,099

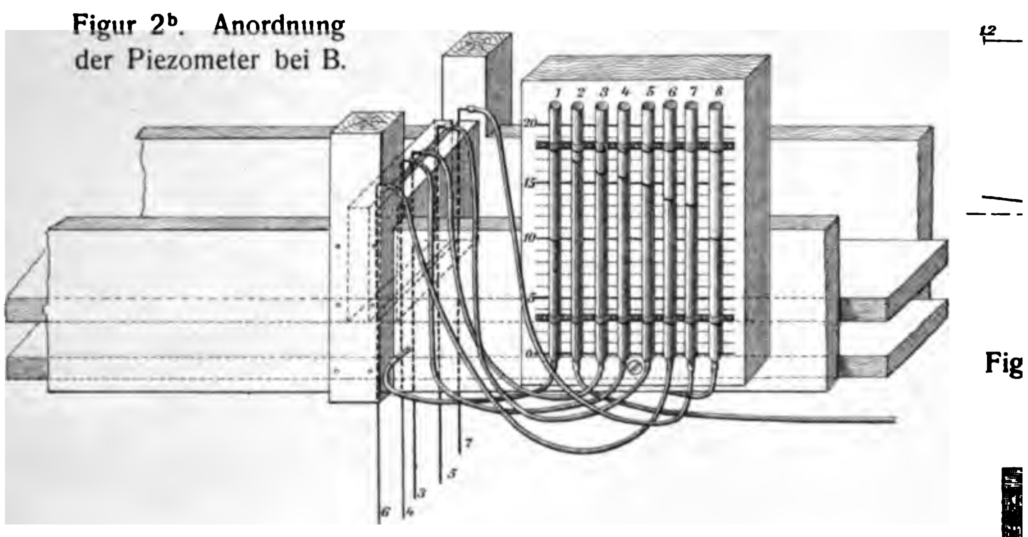


TH NEW [illegible]
[illegible] LIBRARY

Figur 1. Allgemeine Anordnung der Versuche.

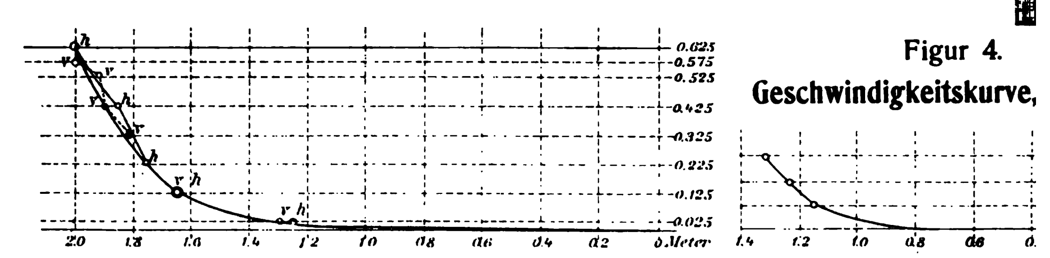


Figur 2b. Anordnung der Piezometer bei B.



Figur 3.

Geschwindigkeitskurve, Reihe 725, Bazin.



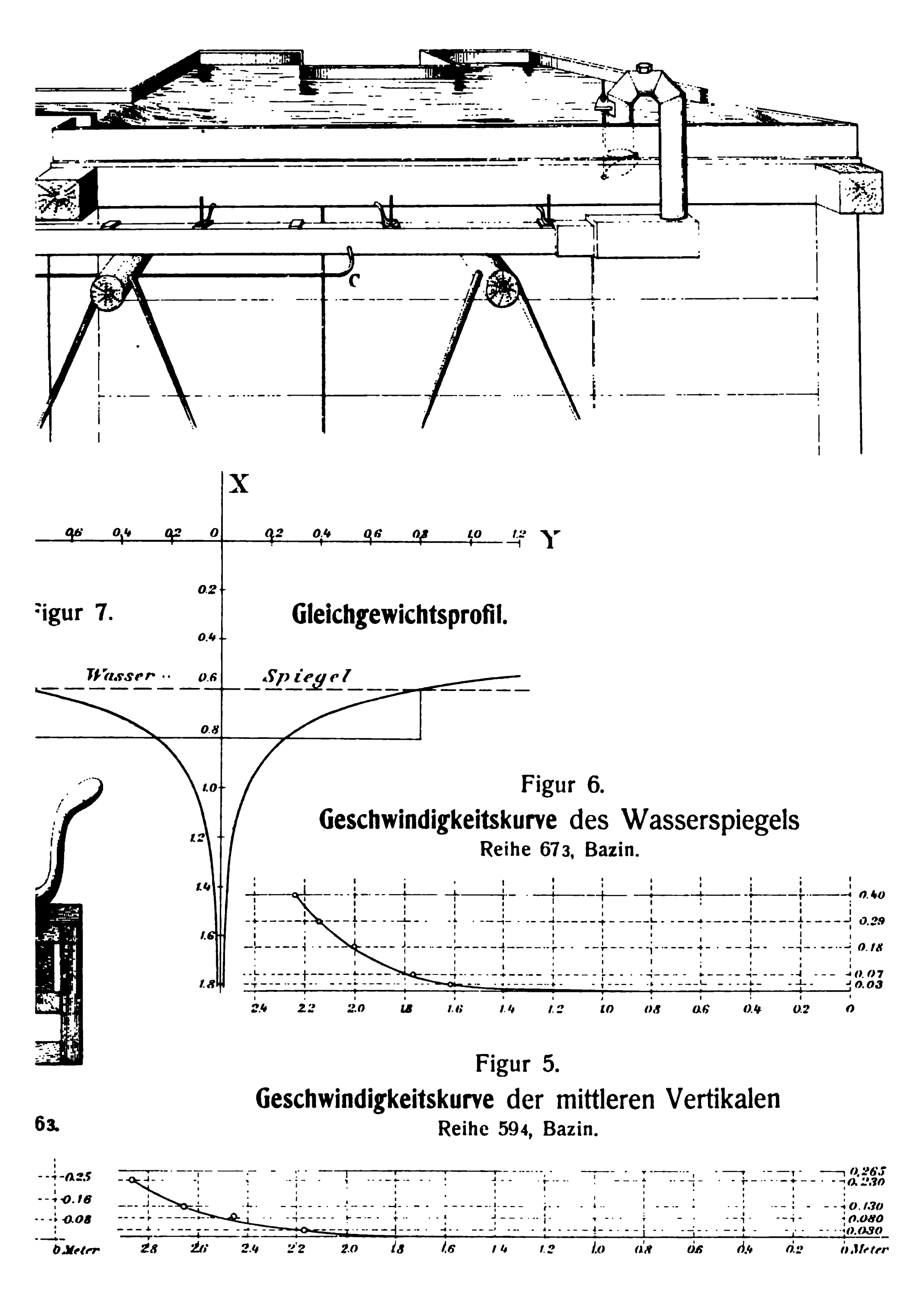
Figur 4.

Geschwindigkeitskurve,

In Figur 3—6 geben die ausgezogene Linie die Parabel 8ter Ordnung, die hervorgehobenen Punkte die gemessenen Geschwindigkeiten an.

Massstäbe: Fig. 1:

Fig



ʒ. 2: 1:6, Fig. 3—7: 1:25. Bemerkung: In Fig. 3 bedeutet v die gemessenen Geschwindigkeiten in der Vertical-, h diejenigen in der Horizontal-Ebene.

mann



